

Estimation of groundwater levels in arid climates using machine learning and fuzzy intelligent systems

Sepideh Zeraati Neyshabouri ¹, Abbas Khashei Siuki ^{2*}, Mohammad Ghasem Akbari ³

¹ Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran

² Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran

³ Associate Professor, Department of Statistics, Faculty of Mathematical Sciences and Statistics, University of Birjand, Birjand, Iran

Extended Abstract

Introduction

The escalating global demand for water, driven by population growth, urbanization, climate change, and excessive use of fertilizers and pesticides, has significantly impacted groundwater levels, leading to soil salinization and desertification. Continuous groundwater extraction exacerbates aquifer depletion, increasing pumping costs and limiting production capacity. Accurate groundwater level estimation is critical for effective water resource management, especially in arid and semi-arid regions like South Khorasan, Iran, where water scarcity is pronounced. This study aims to address the challenge of predicting monthly groundwater level fluctuations in the Birjand plain using advanced modeling techniques. Traditional physical and numerical models, while reliable, face limitations such as high computational demands, data dependency, and an inability to handle nonlinear conditions effectively. In contrast, data-driven and artificial intelligence-based models offer simplicity, speed, and reasonable accuracy, particularly when historical data is available. Fuzzy logic-based models, especially nonlinear fuzzy regression, excel in handling uncertainty and complex relationships in hydrological systems (Asadollahi, 2023). This research evaluates three fuzzy-based models—nonlinear fuzzy support vector regression (NLF-SVR), fuzzy nonlinear autoregressive regression (FNAR), and fuzzy linear least squares regression (FLSR)—using climatic variables (temperature, precipitation, humidity, and evapotranspiration) to enhance prediction accuracy and support sustainable groundwater management.

Materials and Methods

The study was conducted in the Birjand plain, South Khorasan, Iran, a region characterized by an arid climate with an average annual rainfall of 169 mm in the plain and 216 mm in the highlands. The Birjand aquifer, spanning 3155 km², is heavily exploited, making it a critical case study for groundwater management. A comprehensive dataset covering daily climatic variables—mean air temperature (Tave), precipitation (Prc), relative humidity (RH), and evapotranspiration (ETo)—from April 1998 to March 2017 was compiled from regional meteorological and water authority stations. After quality control and preprocessing, daily data were aggregated into monthly values. The dataset was split into 70% for model training and 30% for validation. Three fuzzy-based models were developed: (1) Fuzzy Linear Least Squares Regression (FLSR), which extends classical regression to handle fuzzy data; (2) Nonlinear Fuzzy Support Vector Regression (NLF-SVR), combining fuzzy logic with support vector machines for nonlinear relationships; and (3) Fuzzy Nonlinear Autoregressive Regression (FNAR), designed for multivariable fuzzy predictions. Model performance was evaluated using Root Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE), and Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE). Fuzzy numbers, particularly triangular fuzzy numbers, were used to model uncertainty, with Gaussian kernels applied for FNAR and NLF-SVR. Parameter optimization was achieved using grid search and generalized cross-validation (GCV).

Results and Discussion

The analysis revealed that the NLF-SVR model outperformed both FNAR and FLSR in predicting monthly groundwater levels in the Birjand plain, achieving an average RMSE of 0.15 m, MAE of 0.37 m, and NSE of 0.99. The model effectively captured complex, nonlinear relationships between climatic variables (Tave, Prc, RH, ETo) and groundwater levels, particularly during warmer months (July–September), where regular water consumption and evapotranspiration patterns enhanced predictability. In contrast, performance dipped in colder months (November–February) due to irregular precipitation and delayed groundwater recharge. The FNAR model showed acceptable performance, with higher sensitivity to seasonal climatic shifts, while FLSR struggled to model nonlinear dynamics, exhibiting higher errors and lower NSE. Nonlinear fuzzy models demonstrated robustness against outliers and noisy data, maintaining approximately 85% of their initial accuracy even with 30% noise, compared to a 60% accuracy drop in classical models. Limitations include the study's focus on a single region and reliance on climatic inputs alone, suggesting future inclusion of factors like land use and geological characteristics. The NLF-SVR model's high accuracy supports its application in early warning systems.

Conclusions

This study demonstrates that nonlinear fuzzy models, particularly NLF-SVR, provide superior accuracy for predicting monthly groundwater levels in the Birjand plain, with RMSE of 0.15 m and NSE of 0.99, outperforming FNAR and FLSR. The ability of NLF-SVR to model complex, nonlinear relationships and handle data uncertainties makes it a robust tool for hydrological forecasting in arid climates. Key findings include the models' enhanced performance during warmer months and reduced



accuracy in colder seasons due to variable precipitation patterns. The robustness of fuzzy models against outliers and noisy data eliminates extensive preprocessing, preserving valuable information. Practically, NLF-SVR supports sustainable groundwater management through applications like drought warning systems and optimized irrigation scheduling. However, limitations such as region-specific data and the exclusion of non-climatic factors (e.g., land use, geology) suggest caution in generalizing results. Future research should test these models across diverse hydrogeological settings, integrate deep learning techniques, and incorporate additional variables like climate indices and satellite data. Developing multi-scale models to capture both short- and long-term fluctuations and creating decision-support systems for real-time water management are recommended. This study underscores the potential of fuzzy intelligent systems to enhance groundwater management in water-scarce regions, paving the way for advanced hydrological modeling.

Keywords: Artificial Intelligence, Birjand Plain, Hydrological Prediction, Nonlinear Regression, Support Vector.

Article Type: Research Article

Acknowledgment

The authors express their sincere gratitude to the National Science Foundation of Iran (INSF) for their financial support in conducting this research. This work was carried out under the financial support of INSF, project number 4034771.

Conflicts of interest

The authors declare that they have no conflicts of interest regarding the authorship or publication of this article.

Data availability statement

Most of the data used in this study are presented within the article. Raw data are available from the corresponding author upon request.

Authors' contribution

Sepideh Zeraati Neyshabouri: Conceptualization, software/statistical analysis, data organization, drafting the initial manuscript; **Abbas Khashei Siuki:** Supervision, editing and reviewing the manuscript, validation of results; **Mohammad Ghasem Akbari:** Conceptualization, supervision, editing and reviewing the manuscript, statistical analysis.

*Corresponding Author, E-mail: Abbas Khashei Siuki, abbaskhashei@birjand.ac.ir

Citation: Zeraati Neyshabouri, S., Khashei Siuki, A., & Akbari, M.G. (2026). Estimation of Groundwater Levels in Arid Climates Using Machine Learning and Fuzzy Intelligent Systems. *Water and Soil Management and Modeling*, 6(1),332 - 349.

Doi: 10.22098/mmws.2025.17978.1637

Received: 03 August 2025, Received in revised form: 20 August 2025, Accepted: 20 August 2025, Published online: 21 March 2026

Water and Soil Management and Modeling, Year 2026, Vol. 6, No. 1 pp. 332-349.

Publisher: University of Mohaghegh Ardabili

© Author(s)





برآورد سطح آب زیرزمینی در اقلیم خشک با رویکرد یادگیری ماشین و سامانه‌های هوشمند فازی

سپیده زراعتی نیشابوری^۱، عباس خاشعی سیوکی^{۲*}، محمد قاسم اکبری^۳

^۱ دانشجوی دکتری، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۲ استاد، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

^۳ دانشیار، گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی و آمار، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

چکیده

پایش دقیق تراز آب زیرزمینی، به‌ویژه در شرایط بهره‌برداری بی‌رویه در کشورهای در حال توسعه، برای مدیریت پایدار منابع و پیشگیری از پیامدهایی چون کاهش توان پمپاژ، نشست زمین و تراکم آبخوان‌ها ضرورتی انکارناپذیر است. با توجه به پیچیدگی فرآیندهای هیدرولوژیکی و عدم قطعیت‌های موجود در داده‌های اقلیمی، این مطالعه با هدف ارزیابی و مقایسه عملکرد مدل‌های فازی برای پیش‌بینی ماهانه تراز آب زیرزمینی دشت بیرجند انجام شد. سه مدل شامل رگرسیون بردار پشتیبان غیرخطی فازی (NLF-SVR)، رگرسیون تجمعی غیرخطی فازی (FNAR) و رگرسیون کم‌ترین مربعات خطی فازی (FLSR) با استفاده از داده‌های اقلیمی دما، رطوبت نسبی، بارش و تبخیر و تعرق طراحی و پیاده‌سازی شدند. نتایج نشان داد که مدل NLF-SVR با متوسط RMSE ۱۵/۰ متر، MAE ۳۷/۰ متر و NSE نزدیک به ۰/۹۹ عملکرد برتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد. بر اساس معیارهای ارزیابی، مدل FNAR در جایگاه دوم قرار گرفت و حساسیت بیش‌تری نسبت به تغییرات فصلی نشان داد؛ در حالی که مدل FLSR به دلیل ماهیت خطی خود کم‌ترین دقت را داشت و قادر به بازنمایی پیچیدگی‌های فرآیند هیدرولوژیکی نبود. بیش‌ترین دقت مدل‌ها در ماه‌های گرم و ضعیف‌ترین عملکرد در ماه‌های سرد مشاهده گردید. این الگو ناشی از پایداری نسبی روابط بین متغیرهای اقلیمی و سطح آب زیرزمینی در فصول گرم و پیچیدگی‌های غیرخطی ناشی از تغییرات ناگهانی دما، یخبندان و نوسانات شدید بارش در فصول سرد است. در مجموع، مدل NLF-SVR به‌عنوان ابزاری کارآمد برای توسعه سامانه‌های هشدار زودهنگام، بهینه‌سازی برنامه‌ریزی کشاورزی و مدیریت پایدار منابع آب در مناطق خشک پیشنهاد می‌شود.

واژه‌های کلیدی: بردار پشتیبان، پیش‌بینی هیدرولوژیکی، دشت بیرجند، رگرسیون غیرخطی، هوش مصنوعی

نوع مقاله: پژوهشی

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: عباس خاشعی سیوکی، abbaskhashei@birjand.ac.ir

استناد: زراعتی نیشابوری، سپیده، خاشعی سیوکی، عباس، و اکبری، محمد قاسم (۱۴۰۵). برآورد سطح آب زیرزمینی در اقلیم خشک با رویکرد یادگیری ماشین و سامانه‌های هوشمند فازی. *مدل‌سازی و مدیریت آب و خاک*، ۱(۶)، ۳۳۲-۳۴۹.

doi: 10.22098/mmws.2025.17978.1637

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۱۲، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۵/۲۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۲۹، تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۱/۰۱

مدل‌سازی و مدیریت آب و خاک، سال ۱۴۰۵، دوره ۶، شماره ۱، صفحه ۳۳۲ تا ۳۴۹

© نویسندگان

ناشر: دانشگاه محقق اردبیلی



۱- مقدمه

آن‌ها با تبدیل‌های موجک، به‌ویژه رگرسیون موجک برداری پشتیبان^۵ (WSVR) و رگرسیون موجک فرآیند گاوسی^۶ (WGPR) را به‌منظور برآورد ماهانه سطح آب زیرزمینی دشت سمنان مورد بررسی قرار دادند. سه نوع تبدیل موجک مختلف (Symlet و db4، Haar) به‌کار گرفته شد، تا دقت پیش‌بینی افزایش یابد. عملکرد مدل‌ها با استفاده از چهار معیار آماری (خطای میانگین مربعات^۷ (RMSE)، میانگین درصد مطلق خطا^۸ (MAPE)، ضریب تعیین^۹ (R²) و کارایی نش ساتکلیف^{۱۰} (NSE) ارزیابی شد. یافته‌ها نشان می‌دهد که SVR عملکرد بهتری نسبت به GPR در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دارد و مدل‌های ترکیبی (شامل تبدیل‌های موجک)، به‌طور قابل‌توجهی دقت پیش‌بینی در مناطق خشک را افزایش می‌دهند.

Elbeltagi et al. (2022) در مطالعه‌ای به برآورد سطح آب زیرزمینی منطقه شهری شمال غربی بنگالادش پرداختند. این پژوهش با استفاده از یک رویکرد مدل‌سازی ترکیبی که شامل ادغام رگرسیون خطی وزنی محلی^{۱۱} (LWLR) و رگرسیون فرآیند گاوسی^{۱۲} (GPR) بود، چارچوب جدیدی را برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی ایجاد کرد. متغیرهای کلیدی ورودی این پژوهش شامل بارندگی، دمای متوسط، رطوبت خاک، شاخص گیاهی تفاوت هنجار شده^{۱۳} (NDVI) و شاخص‌های اقلیمی بودند که دوره زمانی ۱۹۹۳ تا ۲۰۱۷ را پوشش می‌دادند. پس از شناسایی ترکیب ورودی بهینه از طریق تجزیه و تحلیل حساسیت، که تأثیر معنادار تمامی متغیرها بر نوسانات سطح آب زیرزمینی را تأیید کرد، نتایج نشان‌دهنده دقت بالای مدل LWLRGPRPUK بود. این چارچوب پیشنهادی به‌عنوان یک جایگزین مناسب برای مدل‌های فیزیکی سنتی عمل می‌کند و به‌ویژه در مناطق شهری که با تنش آبی مواجه هستند، کاربرد دارد. (Ehteram and Banadkooki (2023) در مطالعه‌ای با هدف پیش‌بینی ماهانه سطح آب زیرزمینی، یک مدل ترکیبی نوآورانه به نام CLM (CNNLSTMLR) معرفی کردند. این مدل با ترکیب شامل شبکه عصبی پیچشی^{۱۴} (CNN)، شبکه عصبی حافظه طولانی کوتاه‌مدت^{۱۵} (LSTM) و رگرسیون خطی چندگانه^{۱۶} (MLR) داده‌های اقلیمی (شامل سرعت باد، تبخیر، رطوبت نسبی، بارش و دما) از ۱۹۹۵ تا ۲۰۱۰ را همراه با داده‌های تأخیری سطح آب زیرزمینی به‌کار می‌گیرد. نتایج نشان داد که CLM به‌طور مؤثری سطح آب زیرزمینی را پیش‌بینی کرده و عدم قطعیت مدل‌ها را کاهش می‌دهد. (Badetive and Barale (2024) در پژوهش خود، از مدل‌های رگرسیون فضایی (مدل رگرسیون فضایی با تأخیر ایکس^{۱۷}

افزایش تقاضای جهانی آب، تغییرات اقلیمی، رشد جمعیت و استخراج بی‌رویه آب زیرزمینی باعث کاهش سطح آب، شوری و بیابان‌زایی خاک شده است. این امر هزینه‌های پمپاژ را افزایش داده و ظرفیت تولید سفره‌های آب را نیز محدود کرده است (Dehghani and Torabi (Poudeh, 2022). در ایران و به‌ویژه استان خراسان جنوبی، به‌دلیل شرایط اقلیمی خشک، اهمیت این موضوع، دو چندان می‌شود. مدل‌سازی این سطح به درک بهتر پویایی آب زیرزمینی، توازن میان نیازهای شهری، کشاورزی، صنعتی و تحلیل دقیق‌تر از هزینه‌ها و مزایای حفاظت از آب کمک می‌کند. از این رو، انتخاب مدل‌ها و فراسنجه‌های^۱ مناسب برای ارزیابی سطوح آب زیرزمینی نه‌تنها برای مدیریت بهینه منابع آب زیرزمینی ضروری است، بلکه به حفظ پایداری آن‌ها نیز کمک خواهد کرد. با این حال، انتخاب مدل‌ها و متغیرهای ورودی صحیح، همچنان یکی از چالش‌های اصلی در استفاده مؤثر از این رویکردها باقی مانده است (Rezaei et al., 2021). برآورد سطح آب زیرزمینی به‌دلیل پیچیدگی‌های طبیعی، به‌ویژه در مناطق با تغییرات اقلیمی زیاد و یا شرایط زیرسطحی متفاوت، بسیار چالش‌برانگیز است. در این راستا، روش‌های مختلفی برای برآورد سطح آب زیرزمینی توسعه یافته‌اند که از جمله آن‌ها می‌توان به مدل‌های فیزیکی، عددی، آماری، داده‌محور و الگوریتم‌های هوش مصنوعی اشاره کرد. مدل‌های فیزیکی و عددی، ابزارهای قابل‌اعتمادی برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی رفتار سامانه‌های آب زیرزمینی به‌شمار می‌روند، اما در عمل، با محدودیت‌هایی نظیر وابستگی به کمیت و کیفیت داده‌ها، بار محاسباتی بالا، پیچیدگی طراحی و پیاده‌سازی، عدم قطعیت ناشی از برخی فراسنجه‌ها (مانند خواص آب پویاشناسی^۲ خاک)، محدودیت در شبیه‌سازی بعضی شرایط غیرخطی، محدودیت در تعمیم‌پذیری و تأثیر عوامل انسانی مواجه هستند. در این شرایط، مدل‌های آماری و داده‌محور که به کمک هوش مصنوعی و الگوریتم‌های پیشرفته توسعه یافته‌اند، به‌دلیل سادگی، سرعت در اجرا و نیاز کم‌تر به داده‌های پیچیده، به‌ویژه هنگامی که داده‌های تاریخی و زمانی در دسترس باشند می‌توانند به‌عنوان ابزاری مفید برای شبیه‌سازی به‌کار روند و پیش‌بینی‌هایی با دقت معقول ارائه دهند. با این حال، این مدل‌ها با محدودیت‌هایی همچون عدم شفافیت در بازنمایی فرآیندهای فیزیکی، ماهیت جعبه سیاه، وابستگی زیاد به کیفیت و کمیت داده‌های آموزشی، دشواری تفسیر علمی خروجی‌ها، و افت دقت در شرایط خارج از دامنه داده‌های آموزش‌یافته مواجه هستند (Norouzi Khatiri et al., 2023).

برای مثال، Band et al. (2021) چندین رویکرد شامل رگرسیون برداری پشتیبان^۳ (SVR)، رگرسیون فرآیند گاوسی^۴ (GPR) و ترکیب

¹⁰ Nash–Sutcliffe Model Efficiency Coefficient

¹¹ Locally Weighted Linear Regression

¹² Gaussian Process Regressions

¹³ Normalized Difference Vegetation Index

¹⁴ Convolutional Neural Network

¹⁵ Long Short-Term Memory

¹⁶ Multiple Linear Regression

¹⁷ Spatial Lag X Model

¹ Parameter

² Hydrodynamic

³ Support Vector Regression

⁴ Gaussian Process Regression

⁵ Wavelet Support Vector Regression

⁶ Wavelet-Gaussian Process Regression

⁷ Root Mean Square Error

⁸ Mean Absolute Percentage Error

⁹ R-squared

با وجود مزایای ذکر شده برای رگرسیون‌های خطی فازی، یکی از چالش‌های اصلی این روش، محدودیت ناشی از خطی بودن روابط است. این موضوع منجر به مشکلاتی از جمله ناتوانی در مدل‌سازی روابط غیرخطی، حساسیت به داده‌های پرت، نیاز به تعداد بیش‌تری از فراسنجه‌ها و کاهش انعطاف‌پذیری مدل می‌شود (Zeraati Neyshabouri et al., 2022). در مقابل، رگرسیون‌های غیرخطی فازی توانسته‌اند بر این مشکلات غلبه کنند و به‌خوبی الگوها و تعاملات غیرخطی را مدل‌سازی کنند. اهمیت بهره‌گیری از رگرسیون غیرخطی فازی، زمانی بروز پیدا می‌کند که ارتباطات میان متغیرها پیچیده و غیرخطی باشد، به‌طوری که مدل‌های خطی نتوانند به‌طور مؤثر رفتار سامانه را شبیه‌سازی کنند. در رگرسیون غیرخطی فازی، در کنار تمرکز بر رفتار غیرخطی، از منطق فازی نیز برای پردازش داده‌ها استفاده می‌شود. منطق فازی، برخلاف رویکردهای سنتی، به‌جای تخصیص یک مقدار دقیق برای متغیرها، آن‌ها را به‌صورت مجموعه‌ای از مقادیر با درجات مختلف از عضویت در مجموعه‌های فازی توصیف می‌کند. این ویژگی به مدل این امکان را می‌دهد که با ابهام‌ها و عدم قطعیت‌های موجود در داده‌ها به‌خوبی سازگار شود (Asadollahi, 2023).

از دیگر مزایای رگرسیون غیرخطی فازی، عملکرد مطلوب در شرایطی است که داده‌ها دارای نوسانات زیاد، روابط نامعلوم هستند و نیاز به انعطاف‌پذیری بالای مدل دارند. به‌طور خاص در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی، این مدل می‌تواند از داده‌های ناهمگن و ابهام‌آلود مانند تغییرات ناگهانی در بارش‌ها یا دما، بدون نیاز به داده‌های کاملاً دقیق و کامل، استفاده کند و پیش‌بینی‌هایی مناسب و دقیق‌تر ارائه دهد. بنابراین، هنگامی که مدل‌های فیزیکی و عددی به‌دلیل پیچیدگی و نیاز به داده‌های بسیار دقیق دچار محدودیت می‌شوند، رگرسیون غیرخطی فازی قادر است که به‌عنوان یک ابزار مفید و مؤثر مورد استفاده قرار گیرد (Sedghamiz and Foroughi, 2023).

براساس بررسی‌های انجام‌شده، پژوهش‌های موجود در حوزه‌های مربوط به آب زیرزمینی، از رویکردهای فازی کم‌تر بهره برده‌اند. تفاوت‌های اساسی پژوهش حاضر با مطالعات قبلی عبارتند از: (۱) اولین کاربرد مدل رگرسیون بردار پشتیبان فازی غیرخطی (NLF-SVR) در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی در اقلیم‌های خشک ایران، (۲) توسعه و مقایسه سه رویکرد فازی مختلف (خطی و غیرخطی) بر روی یک مجموعه داده یکسان، (۳) ارائه چارچوبی جامع برای مدیریت عدم قطعیت در داده‌های هیدرولوژیکی با استفاده از منطق فازی، (۴) بررسی عملکرد فصلی مدل‌ها و تحلیل علل تفاوت دقت در فصول مختلف و (۵) کاربرد در منطقه خشک بیرجند که به‌عنوان منطقه ممنوعه آبی شناخته می‌شود. لذا هدف پژوهش حاضر، علاوه بر کاستن از این خلأ پژوهشی، به‌عنوان یک رویه نوآورانه برای دست‌یابی به دقت بالاتر در برآورد نوسانات ماهانه سطح آب زیرزمینی دشت بیرجند است. یافته‌های این مطالعه، می‌تواند به‌عنوان یک ابزار مؤثر برای مدیریت منابع آب زیرزمینی در مناطق مختلف کشور مورد استفاده قرار گیرد.

(SLX)، مدل خودهمبستگی فضایی^۱ (SAR) و مدل خطای فضایی^۲ (SEM) و رگرسیون جغرافیایی وزنی^۳ (GWR) برای پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی ایالت راجستان واقع در کشور هندوستان استفاده نمودند. این پژوهش با بهره‌گیری از اطلاعات ۵۷۵۰ چاه آب زیرزمینی و داده‌های جغرافیایی مختلف شامل عوامل توپوگرافی، اقلیمی و گیاهی انجام شد. نتایج نشان داد که مدل GWR توانسته است عوامل مؤثرتر بر سطح آب زیرزمینی مانند ارتفاع، شیب، ناهمواری، شاخص پوشش گیاهی و دما را به خوبی شناسایی نماید و با R^2 برابر با ۰/۸۴ و معیار اطلاعاتی بیزی^۴ (BIC) برابر با ۱۱۰۱/۰۴ دقت پیش‌بینی بالاتری را ارائه دهد.

یکی از انواع مدل‌های آماری پیشرفته که در شرایط ناشناخته و غیرقطعی بسیار کارآمد است، مدل‌سازی مبتنی بر قواعد فازی است. کارایی و قابلیت مدل‌سازی مبتنی بر قواعد فازی در شرایطی که یک رابطه علی به‌خوبی برقرار است، اما محاسبه آن در شرایط واقعی دشوار به‌نظر می‌رسد، یا زمانی که داده‌ها کمیاب و نادقیق هستند، یا مواردی که یک بردار ورودی دارای چندین پاسخ متناقض صادق است، آشکار می‌شود. درواقع مدل‌سازی مبتنی بر قوانین فازی را می‌توان به‌عنوان توسعه‌ای از منطق فازی در نظر گرفت. تفاوت اصلی در منطق فازی و مدل‌سازی مبتنی بر قوانین فازی این است که اولی برای سامانه‌های دارای بازخورد (به این معنی که خروجی سامانه بر ورودی تأثیر می‌گذارد) و دومی برای سامانه‌های بدون فرآیند بازخورد استفاده می‌شود. (Chukhrova and Johannssen, 2019). رگرسیون فازی اولین بار توسط Tanaka (1982) معرفی شد. این پژوهشگر سامانه خطی فازی را به‌صورت یک مدل رگرسیونی با فراسنجه‌های ورودی و خروجی فازی ارائه کرد. (Bardossy et al. (1990) نیز برای اولین بار از مدل‌های رگرسیون فازی در مسائل هیدرولوژیکی استفاده کردند. تحلیل رگرسیون فازی روشی شناخته شده برای جستجوی رابطه‌ی فازی بین متغیرهای ورودی (که به‌عنوان متغیرهای مستقل یا توضیحی شناخته می‌شود) و متغیر خروجی (که به‌عنوان متغیر وابسته یا پاسخ نیز نامیده می‌شود) براساس مجموعه داده‌های واضح (دقیق) یا فازی (غیردقیق) است. در این راستا، (Zeraati Neyshabouri et al. (2020) کارایی روش‌های رگرسیون فازی امکانی و رگرسیون کم‌ترین مربعات فازی را در پیش‌بینی تراز سطح ایستابی آبخوان نیشابور مورد ارزیابی قرار دادند. در این پژوهش، با استفاده از اطلاعات ۵۷ چاه مشاهداتی از سال ۱۳۵۷ تا ۱۳۸۷ و اعمال فراسنجه‌های بارش، تراز سطح ایستابی و تخلیه با تأخیر زمانی یک و دوماهه به‌عنوان ورودی، مدل‌ها تحت آموزش و آزمون قرار گرفتند. نتایج، ضمن تأیید دقت مطلوب هر دو مدل یادشده، نشان داد که به‌دلیل نوسانات سطح آب در ماه‌های مختلف، بالاترین ضریب تبیین و کم‌ترین مقادیر آماره‌های میانگین مطلق خطا و جذر مربعات خطا در ماه‌های بهار، به‌ویژه در خرداد، برای مدل رگرسیون فازی امکانی با R^2 و RMSE به‌ترتیب ۰/۹۳ و ۶/۰۵ ثبت شد.

³ Geographically Weighted Regression

⁴ Bayesian Information Criterion

¹ Spatial Autoregressive Model

² Spatial Error Model

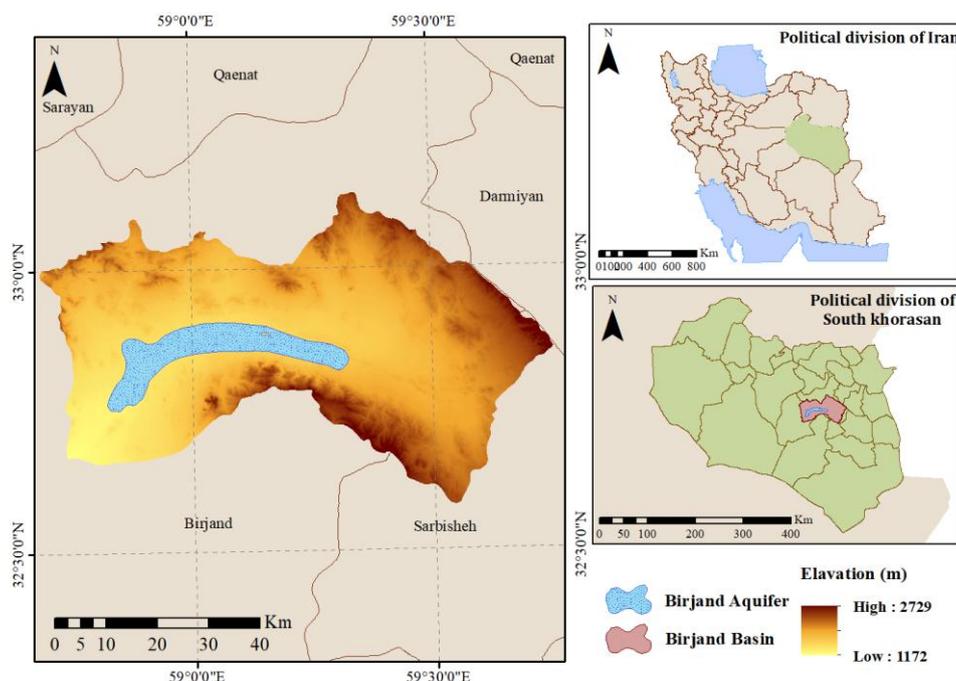
واقع شده و مختصات جغرافیایی آن بین ۳۲ درجه و ۳۴ دقیقه تا ۳۳ درجه و ۸ دقیقه عرض و ۵۸ درجه و ۴۱ دقیقه تا ۵۹ درجه و ۴۴ دقیقه طول است. این دشت به شکل کشیده است و ارتفاعات اطراف آن را احاطه کرده اند، درحالی که بخش مرکزی آن شامل یک آبخوان آبرفتی است. از شمال به ارتفاعات مولی و مار کوه، از جنوب به ارتفاعات باقران و کوه رچ، از شرق به کوه بندر و امین آباد و از غرب به ارتفاعات کرنگو چنگ محدود می شود. از نظر توپوگرافی، بالاترین نقطه حوضه در شمال منطقه (کوه بند دره) با ارتفاع ۲۷۸۷ متر از سطح دریا و پایین ترین نقطه آن در خروجی دشت (منطقه فدشک) با ارتفاع ۱۱۸۰ متر قرار دارد. شیب زمین به تدریج از شرق به غرب کاهش می یابد و بخش های غربی منطقه تقریباً مسطح هستند. طول آبخوان بیرجند حدود ۵۵ کیلومتر و عرض آن در میانه حدود ۶ کیلومتر است (شکل ۱). براساس داده های ایستگاه های هواشناسی، میانگین سالیانه بیشترین و کمترین دما در این شهر به ترتیب ۲۴ و ۸ درجه سانتی گراد است. متوسط بارندگی سالیانه در ارتفاعات و دشت بیرجند به ترتیب ۲۱۶ و ۱۶۹ میلی متر است که مجموع بارش ها به حدود ۷۰۸ میلیون مترمکعب می رسد. از این مقدار، تقریباً ۸۰ درصد (حدود ۵۶۶ میلیون مترمکعب) به دلیل تبخیر و تعرق از دست می رود، حدود ۷ درصد (نزدیک به ۵۰ میلیون مترمکعب) به جریانات سطحی تبدیل می شود و باقی مانده (۸۷ میلیون مترمکعب) به داخل زمین نفوذ می کند (Aghlmand and Abbasi, 2019). به دلیل استفاده بیش از حد از آبخوان بیرجند از طریق چاه های مجاز و غیرمجاز، این سفره آبخوان به عنوان منطقه ممنوعه اعلام شده است. تقریباً ۸۰ درصد از تخلیه آب های زیرزمینی در این منطقه از طریق چاه های عمیق و نیمه عمیق انجام می شود و مابقی از طریق چشمه ها و قنات ها تأمین می شود (Mohtashami et al., 2022).

اهمیت برآورد دقیق سطح آب زیرزمینی به دلیل نقش کلیدی آن در تصمیم گیری های منابع آب از یک طرف و مشکل داده های ناقص یا از دست رفته برای تخمین آن از طرف دیگر، بر لزوم توسعه مدل های نوین با استفاده از حداقل متغیرهای ورودی موجود، تأکید دارد. بنابراین، اهداف مطالعه ای حاضر عبارتند از: ۱- ارزیابی رهیافت رگرسیون کمترین مربعات فازی با متغیرهای آب و هوایی محدود برای برآورد سطح آب زیرزمینی ماهانه، ۲- امکان سنجی مدل رگرسیون بردار پشتیبان غیرخطی فازی با متغیرهای آب و هوایی محدود برای برآورد سطح آب زیرزمینی ماهانه، ۳- بررسی کارایی مدل رگرسیون تجمعی غیرخطی فازی با متغیرهای آب و هوایی محدود برای برآورد سطح آب زیرزمینی ماهانه و ۴- مقایسه دقت نتایج به دست آمده از این مدل ها یکدیگر و انتخاب مدل بهینه. این پژوهش، به صورت مطالعه موردی در دشت بیرجند صورت گرفته که با چالش های جدی در زمینه مدیریت منابع آبی مواجه است.

۲- مواد و روش ها

۲-۱- منطقه مورد مطالعه

استان خراسان جنوبی براساس طبقه بندی اقلیمی دوما رتن به عنوان یک منطقه خشک شناخته می شود و در دو زیرحوضه درجه یک (فلات مرکزی و مرزی شرقی) و چهار زیرحوضه درجه دو (کوبیر مرکزی، نمکزار خواف، کوبیر لوت و هامون هیرمند) قرار دارد. حوضه آبریز بیرجند با مساحتی معادل ۳۱۵۵ کیلومتر مربع (۱۸۴۵ کیلومتر مربع دشت و ۱۳۱۰ کیلومتر مربع ارتفاعات) یکی از مناطق مورد مطالعه در حوضه آبخیز کوبیر لوت به شمار می آید. دشت بیرجند در شمال ارتفاعات باقران



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه در استان و کشور

Figure 1. Geographical Location of the Study Area Within the Province and Country

۲-۲- داده‌های مورد استفاده

برای مطالعه روند تغییرات تراز سطح آب زیرزمینی آبخوان بیرجند، یک پایگاه جامع داده متشکل از متغیرهای اقلیمی روزانه برای دوره زمانی فروردین ۱۳۷۷ تا اسفند ۱۳۹۵ (به مدت ۱۹ سال) گردآوری شد. انتخاب متغیرهای مطالعه براساس در دسترس بودن مستمر و قابل اعتماد داده‌ها، قابلیت اندازه‌گیری استاندارد و آسان در اکثر ایستگاه‌های هیدرومتئورولوژیک، و اهمیت فیزیکی مستقیم در فرآیندهای هیدرولوژیکی کنترل‌کننده نوسانات آب زیرزمینی صورت گرفت تا امکان تعمیم‌پذیری و کاربرد عملی نتایج در سایر مناطق خشک و نیمه‌خشک تضمین شود.

یکی از اهداف اصلی این مطالعه، توسعه مدلی کارآمد و عملی با حداقل متغیرهای ورودی بود، زیرا استفاده از تعداد زیاد متغیر منجر به پیچیدگی غیرضروری، افزایش هزینه پایش و کاهش قابلیت تعمیم می‌شود، درحالی‌که هدف نشان دادن قدرت مدل‌سازی با حداقل داده‌های اقلیمی اساسی و دستیابی به کارایی بالا با منابع محدود است. اگرچه سایر متغیرهای هیدرولوژیکی نظیر تبادل رودخانه-آبخوان، جریانات جانبی، رواناب سیلابی، و میزان بهره‌برداری از آبخوان نیز بر نوسانات تراز آب زیرزمینی مؤثرند، اما محدودیت‌هایی از قبیل عدم در دسترس بودن داده‌های مستمر و قابل اعتماد این متغیرها در دوره طولانی مطالعه، پیچیدگی و هزینه بالای اندازه‌گیری مستقیم آن‌ها نیز در این انتخاب مؤثر بود.

مطالعات دیگر انجام شده در مناطق خشک و نیمه‌خشک جهان نیز کارآمدی و تأثیر قابل توجه همین متغیرها را در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی تأیید کرده‌اند و به‌عنوان متغیرهای کلیدی مورد استفاده قرار

گرفته‌اند (Taghvaei et al., 2024; Abbassnouvinpour et al., 2022). بر این اساس، دمای متوسط هوا بر حسب درجه سانتی‌گراد (به اختصار Tave)، بارش متوسط به میلی‌متر (به اختصار Prc)، رطوبت نسبی به درصد (به اختصار RH)، تبخیر و تعرق به میلی‌متر در روز (به اختصار ETo)، به‌عنوان متغیرهای مستقل و هم‌چنین سطح آب زیرزمینی به متر (به اختصار GWL) به‌عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته شدند. این متغیرها نمایانگر عوامل کلیدی کنترل‌کننده بیلان آبی منطقه هستند که بارش و رطوبت نسبی ورودی‌های اصلی سامانه، دما و تبخیر و تعرق خروجی‌های عمده، و سطح آب زیرزمینی نشان‌دهنده وضعیت ذخیره آبخوان محسوب می‌شوند. داده‌های مذکور، از ایستگاه‌هایی نظیر تبخیرسنجی، باران‌سنجی و هم‌دیدی منطقه مورد مطالعه، سازمان آب منطقه‌ای و اداره کل هواشناسی استان خراسان جنوبی دریافت شد. پس از انجام کنترل کیفیت دقیق داده‌ها، اطلاعات روزانه تجمیع و مقادیر ماهانه استخراج شدند تا درک دقیقی از ویژگی‌های اقلیمی منطقه فراهم شود. از آنجایی که روش‌های فازی مورد استفاده در این پژوهش قابلیت مدیریت عدم قطعیت‌ها و نوسانات موجود در داده‌ها را داشته و فارغ از روند دار بودن یا نبودن داده‌ها، نیازی به پیش‌پردازش برای حذف روند ندارند، داده‌ها بدون اعمال تغییرات اضافی وارد مدل شدند. برای توسعه و آموزش مدل، ۷۰ درصد از پایگاه داده استفاده شد تا پایه‌ای قوی برای یادگیری و سازگاری مدل فراهم آورد. ۳۰ درصد باقی‌مانده نیز برای اعتبارسنجی مدل اختصاص یافت تا ارزیابی مطلوب از عملکرد مدل انجام شود. خلاصه‌ای از ویژگی‌های آماری داده‌های اقلیمی اندازه‌گیری شده برای ایستگاه مورد مطالعه در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱- ویژگی‌های آماری متغیرهای هواشناسی ایستگاه بیرجند.

Table 1. Measured statistical features of the meteorological variables at Birjand station

Statistical Parameters	Meteorological Variables (Monthly)				
	T _{ave} (°C)	RH (%)	Prc (mm)	ET _o (mm)	GWL (m)
Maximum	26.74	71.83	17.07	7.42	1340.51
Minimum	8.07	9.58	1.29	2.51	1352.35
Mean	18.13	30.86	6.87	5.13	1346.68
Standard Deviation	3.29	11.08	2.20	0.84	3.50
Skewness	0.47	0.72	0.11	0.14	0.01
Kurtosis	1.46	0.90	0.39	1.72	1.18

۲-۳- اعداد فازی: تعاریف و عملیات

در نظریه مجموعه‌های فازی، مجموعه فازی A توسط تابع عضویت $\mu_A: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ تعریف می‌شود. برش آلفا مجموعه A، یعنی $\tilde{A}[\alpha]$ ،

به‌صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود:

$$\alpha \in (0,1] \quad [\alpha] = \{x \in \mathbb{R} | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (1)$$

پشتیبانی مجموعه فازی A، به‌صورت رابطه ۲ خواهد بود و و کران‌های پایین و بالا برای برش $\tilde{A}[\alpha]$ به‌ترتیب با $\tilde{A}^L[\alpha]$ و $\tilde{A}^U[\alpha]$ نشان داده می‌شوند.

$$[0] = \{x \in \mathbb{R} | \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \text{Supp}(A) = \tilde{A} \quad (2)$$

گام بعدی توسعه مدل‌های پیش‌بینی مبتنی بر منطق فازی است. با توجه به وجود عدم قطعیت ذاتی در داده‌های هیدرولوژیکی و اقلیمی، استفاده از رویکردهای فازی برای مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی ضروری به‌نظر می‌رسد. این رویکردها قابلیت مدل‌سازی عدم قطعیت و ابهام موجود در داده‌ها را دارند و نتایج قابل اعتمادتری ارائه می‌دهند (Chukhrova and Johannssen, 2019). در ادامه، مبانی نظری اعداد فازی و عملیات مربوط به آن‌ها که پایه و اساس مدل‌های توسعه یافته در این پژوهش هستند، تشریح خواهد شد.

بهبودسازی مذکور، براساس اصول روش کمترین مربعات سنتی است ولی قادر به مدل سازی داده های دارای عدم قطعیت است (Chen et al., 2021; Guo and Shen, 2019).

در این پژوهش از مدل رگرسیون خطی کمترین مربعات فازی، برای ارزیابی کارایی روش های پیشنهادی مبتنی بر رویکرد غیرخطی فازی استفاده شده است.

۲-۵- مدل رگرسیون بردار پشتیبان فازی غیرخطی (NLF-SVR)

مدل پیشنهادی NLF-SVR، تلفیقی از منطق فازی و رگرسیون بردار پشتیبان است که قابلیت مدل سازی روابط پیچیده و غیرخطی دارد. در این مدل، مجموعه داده آموزشی $\{(x_i, \tilde{y}_i)\}_{i=1,2,\dots,m}$ در نظر گرفته شده که $x_i \in \mathbb{R}^k$ ورودی و $\tilde{y}_i \in F(R)$ خروجی مشاهده شده است. ماتریس ورودی ها با $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ نمایش داده می شود. برای تبدیل داده ها به فضای ویژگی غیرخطی، از کرنل گاوسی^۴ (به اختصار RBF) با تابع $K(x_i, x_j) = \exp(-\gamma \|x_i - x_j\|^2)$ استفاده شد که در آن γ فراسنجه کنترل کننده پهنای کرنل است. این کرنل به دلیل قابلیت مدل سازی روابط غیرخطی پیچیده و عملکرد مطلوب در مسائل رگرسیون با داده های هیدرولوژیکی انتخاب شد. یک ماتریس هسته $K(A, A^t)$ ij تعریف شده که هر عنصر $K(x_i, x_j)$ است. عملکرد پیش بینی فازی غیرخطی مدل به صورت رابطه ۱۰ بیان می شود:

$$K(x_i, A^t) \otimes \tilde{w} \oplus \tilde{b} \tilde{f}(x) = (K(A, A^t) \otimes \tilde{w} \oplus \tilde{b} \tilde{f}(x)) \quad (10)$$

این مدل از طریق سه مرحله بهینه سازی تخمین زده می شود (روابط ۱۱):

$$\begin{aligned} & \text{مرحله اول} \\ & (w, b) \\ & = \arg \min_{w,b} \left[\frac{\|w\|^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m L^\tau(y_i) - K(x_i, A^t)w - b - \phi_\varepsilon(\tau) \right], \\ & \text{مرحله دوم} \\ & (l_w, l_b) = \arg \min_{l_w, l_b} \left[\frac{\|l_w\|^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m L^\tau(y_i) - l_{y_i} - K(x_i, A^t) \tilde{w} - \tilde{b} - \phi_\varepsilon(\tau) + K(x_i, A^t) l_w + l_b \right], \end{aligned} \quad (11)$$

مرحله سوم (r_w, r_b)

$$= \arg \min_{r_w, r_b} \left[\frac{\|r_w\|^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m L^\tau(y_j + r_{y_j}) - K(x_i, A^t) \tilde{w} - \tilde{b} - \phi_\varepsilon(\tau) - K(x_i, A^t) r_w - r_b \right],$$

تابع زیان چارکی که به عنوان معیار در این مدل به کار رفته است، به شرح زیر است (رابطه ۱۲):

$$0 \leq \tau \leq 1L^\tau(x) = x(\tau - I_{x < 0}) \quad (12)$$

اگر برای هر $\alpha \in [1]$ $\tilde{A}[\alpha]$ یک بازه بسته، محدود و غیرتهی باشد، مجموعه فازی A یک عدد فازی^۱ (به اختصار FN) است. برای تسهیل نمایش و محاسبات، فرم پارامتری LR-فازی معرفی می شود (رابطه ۳):

$$= (a; l_a, r_a)_{LR\tilde{A}} \quad (3)$$

که در آن α مقدار مرکزی، l_a پهنای چپ و r_a پهنای راست است و توابع مرجع L و R اشکال چپ و راست عدد فازی را مشخص می کنند. تابع عضویت عدد فازی به صورت رابطه ۴ است:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L \frac{(a-x)}{l_a}, & a-l_a \leq x \leq a, \\ R \frac{(x-a)}{r_a}, & a \leq x \leq a+r_a \end{cases} \quad (4)$$

شرایط لازم برای توابع مرجع L و R عبارتند از اول این که $L(1) = R(1) = 0$ ، دوم $L(0) = R(0) = 1$ و در آخر توابع پیوسته و نزولی یکنواخت روی $[0, 1]$ هستند. در این پژوهش عمدتاً از اعداد مثلثی فازی^۲ (به اختصار TFN) که نوع خاصی از اعداد فازی هستند، استفاده شده است. تابع عضویت TFN به شرح زیر است (رابطه ۵):

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - (a - l_a)}{l_a}, & a - l_a \leq x \leq a, \\ \frac{a + r_a - x}{r_a}, & a \leq x \leq a + r_a \\ 0, & x \in \mathbb{R} - (a - l_a, a + r_a) \end{cases} \quad (5)$$

عملیات جمع و ضرب عددی بین دو عدد فازی برابرند با (روابط ۶ و ۷):

$$\oplus \tilde{B} = (a + b; l_a + l_b, r_a + r_b)_{LR\tilde{A}} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \lambda \otimes \tilde{A} = (\lambda a; \lambda l_a, \lambda r_a)_{LR}, & \text{if } \lambda > 0, \\ (\lambda a; -\lambda r_a, -\lambda l_a)_{RL}, & \text{if } \lambda < 0. \end{cases} \quad (7)$$

۲-۴- مدل رگرسیون خطی کمترین مربعات فازی (FLSR)

رگرسیون خطی کمترین مربعات فازی^۳ (به اختصار FLSR) توسعه ای از رگرسیون کلاسیک است که داده ها را به صورت اعداد فازی در نظر می گیرد و با این کار عدم قطعیت و ابهام داده ها را مدل می کند. فرض می شود خروجی مدل فازی \tilde{y} به ورودی ها X و ضرایب فازی $\tilde{\beta}$ وابسته است (رابطه ۸):

$$\tilde{y}_i = \sum_{j=1}^n \tilde{\beta}_j \otimes x_{ij} + \tilde{\varepsilon}_i \quad (8)$$

که در آن $\tilde{\varepsilon}$ خطای فازی مدل است. هدف اصلی FLSR کمینه کردن مجموع مربعات فاصله بین خروجی های مشاهده شده و پیش بینی شده به صورت زیر است (رابطه ۹):

$$J = \sum_{i=1}^m \left\| \tilde{y}_i - \sum_{j=1}^n \tilde{\beta}_j \otimes x_{ij} \right\|^2 \quad (9)$$

³ Fuzzy Least Squares Regression

⁴ Radial Basis Function

¹ Fuzzy Number

² Triangular Fuzzy Numbers

که در آن $K(\cdot)$ تابع هسته و h_1 فراسنجۀ پهنای باند ناشناخته است. مرحله ۲:

مدل مرحله ۱ به گونه‌ای توسعه می‌یابد که شامل تابع غیرخطی فازی یک گام جلوتر شود (رابطه ۱۹):

$$= \tilde{f}_1(\tilde{x}_{i1}) \oplus \tilde{f}_2(\tilde{x}_{i2}) \oplus \tilde{\epsilon}_{2i} \tilde{y}_i \quad (19)$$

با جایگذاری $\hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1})$ در رابطه ۱۹، رابطه ۲۰ حاصل می‌شود:

$$= \hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) \oplus \tilde{f}_2(\tilde{x}_{i2}) \oplus \tilde{\epsilon}_{2i} \tilde{y}_i \quad (20)$$

با اعمال تفریق هاگوهارا^۱ روی دو طرف، مدل رگرسیون غیرخطی فازی یک متغیره شکل می‌گیرد (رابطه ۲۱):

$$\tilde{y}_i \ominus_H \hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) = \tilde{f}_2(\tilde{x}_{i2}) \oplus \tilde{\epsilon}_{2i} \quad (21)$$

مشابه مرحله ۱، برآوردگر ناپارامتری $\tilde{f}_2(\tilde{x}_{i2})$ به صورت رابطه ۲۲ محاسبه می‌شود:

$$\hat{f}_2^K(\tilde{x}_{i2}) = \bigoplus_{j=1}^n \left(w_{2j}(\tilde{x}_{i2}; h_2) \otimes \left(\tilde{y}_j \ominus_H \hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) \right) \right) \quad (22)$$

به طوری که

$$= K\left(\frac{D(\tilde{x}_{i2}, \tilde{x}_{j2})}{h_2}\right) / \sum_{j=1}^n K\left(\frac{D(\tilde{x}_{i2}, \tilde{x}_{j2})}{h_2}\right) \cdot w_{2j}(\tilde{x}_{i2}; h_2)$$

مرحله ۳:

در این مرحله، رابطه ۱۷ همراه با تابع غیرخطی فازی یک گام جلوتر \tilde{f}_3 در نظر گرفته می‌شود (رابطه ۲۳):

$$= \tilde{f}_1(\tilde{x}_{i1}) \oplus \tilde{f}_2(\tilde{x}_{i2}) \oplus \tilde{f}_3(\tilde{x}_{i3}) \oplus \tilde{\epsilon}_{3i} \tilde{y}_i \quad (23)$$

مقادیر $\hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1})$ و $\hat{f}_2^K(\tilde{x}_{i2})$ از مراحل ۱ و ۲، در رابطه ۲۴ جای‌گذاری می‌شوند:

$$= \hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) \oplus \hat{f}_2^K(\tilde{x}_{i2}) \oplus \tilde{f}_3(\tilde{x}_{i3}) \oplus \tilde{\epsilon}_{3i} \tilde{y}_i \quad (24)$$

با اعمال تفریق هاگوهارا روی دو طرف رابطه ۲۴، رابطه ۲۵ حاصل می‌شود:

$$\tilde{y}_i \ominus_H \left(\hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) \oplus \hat{f}_2^K(\tilde{x}_{i2}) \right) = \tilde{f}_3(\tilde{x}_{i3}) \oplus \tilde{\epsilon}_{3i} \quad (25)$$

برآوردگر ناپارامتری $\tilde{f}_3(\tilde{x}_{i3})$ مشابه مراحل قبل به صورت رابطه ۲۶ تعیین می‌شود:

$$\hat{f}_3^K(\tilde{x}_3) = \bigoplus_{j=1}^n \left(w_{3j}(\tilde{x}_{i3}; h_3) \otimes \left(\tilde{y}_j \ominus_H \left(\hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) \oplus \hat{f}_2^K(\tilde{x}_{i2}) \right) \right) \right) \quad (26)$$

مرحله (p-1):

فرآیند بالا در گام (p-1) ادامه یافته و برآوردگر $\tilde{f}_{p-1}(\tilde{x}_{i(p-1)})$ به صورت رابطه ۲۷ حاصل می‌شود:

$$\hat{f}_{p-1}^K(\tilde{x}_{i(p-1)}) = \bigoplus_{j=1}^n \left(w_{p-1j}(\tilde{x}_{i(p-1)}; h_{(p-1)}) \otimes \left(\tilde{y}_j \ominus_H \left(\bigoplus_{v=1}^{p-2} \hat{f}_v^K(\tilde{x}_{iv}) \right) \right) \right) \quad (27)$$

مرحله p (نهایی):

$$I_A = \begin{cases} 1 & \text{اگر رخ دهد} \\ 0 & \text{اگر رخ ندهد} \end{cases}$$

که در آن $L^F(x)$ چارک استاندارد نرمال با میانگین صفر و واریانس مشخص است.

برای مکان‌یابی بهینه فراسنجه‌های مدل، از هسته مثلثی استفاده شده که به شکل زیر تعریف می‌شود (رابطه ۱۳):

$$k(x_i, x_j) = \left(1 - \frac{\|x_i - x_j\|}{h}\right)_+, \quad (13)$$

به طوری که:

$$\frac{\|x_i - x_j\|}{h} \leq 1$$

فراسنجه‌های کنترل مدل C, ϵ, γ با استفاده از جستجوی شبکه‌ای نمای و معیار اعتبارسنجی متقابل تعمیم‌یافته^۱ (GCV) پیدا شدند. معیار GCV به صورت زیر تعریف می‌شود (رابطه ۱۴):

$$GCV(\mu) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(y_i - \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} K(x_i, x_j)}{1 - \sum_{i=1}^n w_{ii} K(x_i, x_i)} \right) \quad (14)$$

که S ماتریس هموارساز مدل است (Kung and Hao, 2023; Li et al., 2020).

۲-۶- مدل رگرسیونی تجمعی غیرخطی فازی (FNAR)

در مدل رگرسیون جمعی فازی که شامل پیش‌بینی‌کننده‌های فازی و پاسخ‌های فازی است، فرض می‌شود داده‌های مشاهده‌شده برای n واحد آماری به صورت $\tilde{x}_i = (\tilde{x}_{i1}, \tilde{x}_{i2}, \dots, \tilde{x}_{ip})^T$ نمایش داده می‌شود. براساس این داده‌ها، مدل رگرسیون جمعی فازی زیر قابل فرموله شدن است (رابطه ۱۵):

$$\tilde{f}_1(\tilde{x}_{i1}) \oplus \tilde{f}_2(\tilde{x}_{i2}) \oplus \dots \oplus \tilde{f}_{p-1}(\tilde{x}_{i(p-1)}) \oplus \tilde{f}_p(\tilde{x}_{ip}) \oplus \tilde{\epsilon}_i \quad (15)$$

این مدل هم‌چنین می‌تواند به صورت زیر نوشته شود (رابطه ۱۶):

$$= \bigoplus_{i=1}^p \tilde{f}_i(\tilde{x}_{ii}) \oplus \tilde{\epsilon}_i \tilde{y}_i \quad (16)$$

که در آن $\tilde{y}_i = (y_i; l_{\tilde{y}_i}; r_{\tilde{y}_i})_{LR}$ پاسخ‌های فازی، \tilde{x}_{ij} متغیرهای غیرفازی، $\tilde{f}_i(\tilde{x}_{ii}) = (\tilde{f}_i^l(\tilde{x}_{ii}); \tilde{f}_i^r(\tilde{x}_{ii}))_{LR}$ توابع نرم فازی برای برآورد و $\tilde{\epsilon}_i$ جمله خطای فازی هستند.

برای برآورد توابع نرم فازی $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_p$ در نقطه مشخص $x = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_p)^T$ روش برازش جمعی چند مرحله‌ای^۲ به صورت زیر پیشنهاد شده است:

مرحله ۱:

ابتدا مدل رگرسیون غیرخطی فازی یک متغیره زیر در نظر گرفته می‌شود (رابطه ۱۷):

$$= \tilde{f}_1(\tilde{x}_{i1}) \oplus \tilde{\epsilon}_{i1} \tilde{y}_i \quad (17)$$

با تعمیم برآوردگر ناپارامتری معروف در حوزه فازی، $\tilde{f}_1^K(\tilde{x}_1)$ به صورت زیر تعیین می‌شود (رابطه ۱۸):

$$\hat{f}_1^K(\tilde{x}_{i1}) = \bigoplus_{j=1}^n \left(w_{1j}(\tilde{x}_{i1}; h_1) \otimes \tilde{y}_j \right) \quad (18)$$

به طوری که

$$= K\left(\frac{D(\tilde{x}_{i1}, \tilde{x}_{j1})}{h_1}\right) / \sum_{j=1}^n K\left(\frac{D(\tilde{x}_{i1}, \tilde{x}_{j1})}{h_1}\right) w_{1j}(\tilde{x}_{i1}; h_1)$$

³ Hukuhara Subtraction

¹ Generalized Cross-Validation

² P-Step Back Fitting Additive Method

فاصله D_2 برای دو عدد فازی $\tilde{A} = (m; l, r)$ و $\tilde{B} = (n; l', r')$ به صورت رابطه ۳۵ محاسبه خواهد شد (Taheri and Kelkinnama; 2012; Chutia et al., 2022):

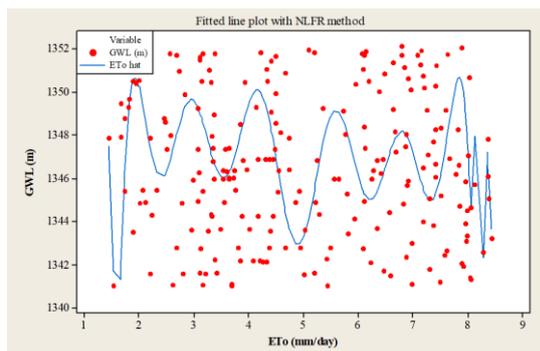
$$D_2(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left(\frac{|m-n|^2 + L|l-l'|^2 + R|r-r'|^2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

که در آن، $L = \int_0^1 L^{-1}(w) dw$ و $R = \int_0^1 R^{-1}(w) dw$ هستند (Hesamian and Akbari, 2020).

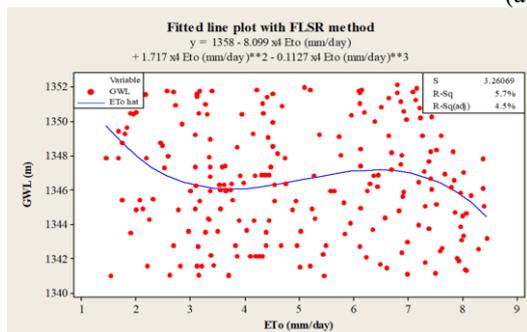
۳- یافته ها و بحث

۳-۱- تحلیل الگوی فراسنجه های ورودی با استفاده از مدل سازی فازی

به منظور تحلیل رفتار زمانی فراسنجه های مؤثر بر رژیم هیدرولوژیکی آبخوان دشت بیرجند، مدل های فازی خطی و غیرخطی بر متغیرهای دمای متوسط (Tave)، بارندگی (Prec)، رطوبت نسبی (RH) و تبخیر و تعرق پتانسیل (ETo) اعمال شد. نتایج نشان داد مدل فازی غیرخطی در بازسازی نوسانات پیچیده و الگوهای غیرخطی این متغیرها نسبت به مدل خطی، عملکرد برتری دارد (شکل های ۲ تا ۴).



(a)



(b)

شکل ۲- شبیه سازی رابطه بین تبخیر و تعرق مرجع و سطح آب زیرزمینی با استفاده از الف) مدل غیرخطی فازی و ب) مدل خطی فازی

Figure 2. Simulation of the relationship between reference evapotranspiration and groundwater level using (a) Nonlinear fuzzy model and (b) Linear fuzzy model

در مرحله نهایی، مدل رگرسیون جمعی فازی با شامل کردن $\tilde{f}_p(x_{ip})$ به صورت رابطه ۲۸ ساخته می شود:

$$= \bigoplus_{l=1}^{p-1} \tilde{f}_l(\tilde{x}_{il}) \bigoplus \tilde{f}_p(\tilde{x}_{ip}) \bigoplus \tilde{\epsilon}_i \tilde{y}_i \quad (28)$$

با جایگذاری نتایج مراحل قبل و استفاده از تفریق هاکوهارا روی دو طرف، مدل رگرسیون غیرخطی ناپارامتری یک متغیره شکل می گیرد (رابطه ۲۹):

$$\tilde{y}_i \ominus_H \bigoplus_{l=1}^{p-1} \tilde{f}_l(\tilde{x}_{il}) = \tilde{f}_p(\tilde{x}_{ip}) \bigoplus \tilde{\epsilon}_{pi} \quad (29)$$

و برآوردگر $\tilde{f}_p(\tilde{x}_p)$ در این مرحله نهایی به صورت رابطه ۳۰ خواهد بود:

$$\tilde{f}_p^K(\tilde{x}_{ip}) = \bigoplus_{j=1}^n \left(w_{jp}(\tilde{x}_{ip}; h_p) \otimes \left(\tilde{y}_j \ominus_H \left(\bigoplus_{v=1}^{p-1} \tilde{f}_v^K(\tilde{x}_{iv}) \right) \right) \right) \quad (30)$$

در روابط فوق، $w_{jp}(\tilde{x}_p; h_p)$ وزن دهی براساس تابع هسته است که h_p فراسنجه پهنای باند ناشناخته تعیین کننده میزان نرمی برآورد است.

در این مطالعه، برای ارزیابی اثرات روی عملکرد مدل، از هسته گاوسی استفاده شده است که شکل آن به صورت رابطه ۳۱ است:

$$K(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (31)$$

شایان ذکر است که پیاده سازی مدل های فازی یادشده، در محیط نرم افزار ولفرام ممتیکا صورت پذیرفت. این نرم افزار به دلیل قابلیت های پیشرفته در محاسبات نمادین و عددی، امکان برنامه نویسی توابع فازی و دارا بودن کتابخانه های جامع برای تحلیل های آماری و بهینه سازی انتخاب شد.

۲-۷- معیارهای ارزیابی عملکرد مدل

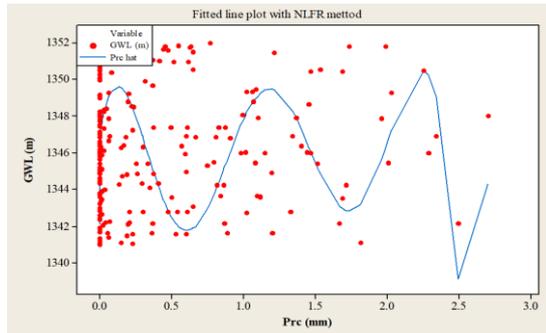
به منظور ارزیابی کارایی رهیافت مدل های فازی در برآورد سطح آب زیرزمینی ماهانه آبخوان دشت بیرجند، از شاخص های ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین مطلق خطا (MAE) و ضریب کارایی نش ساتکلیف (NSE) استفاده شد (روابط ۳۲ الی ۳۴).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_2^2(\tilde{Y}_i, \tilde{Y}_i)} \quad (32)$$

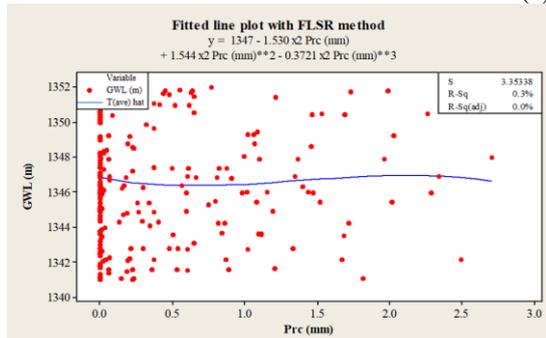
$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_2(\tilde{Y}_i, \tilde{Y}_i) \quad (33)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n D_2^2(\tilde{Y}_i, \tilde{Y}_i)}{\sum_{i=1}^n D_2^2(\tilde{Y}_i, \tilde{Y}_i)} \quad (34)$$

در روابط ذیل، D_2 نشان دهنده فاصله بین مقدار فازی مشاهده شده \tilde{Y}_i و مقدار فازی پیش بینی شده \tilde{Y}_i است. \tilde{Y}_i میانگین مقادیر مشاهده شده فازی و n تعداد کل مشاهدات را نشان می دهد.



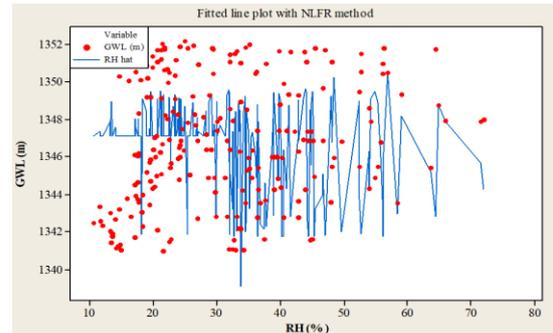
(a)



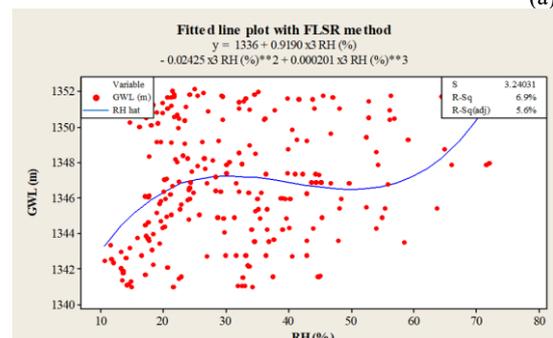
(b)

شکل ۴- شبیه‌سازی رابطه بین بارش و سطح آب زیرزمینی با استفاده از الف) مدل غیرخطی فازی و ب) مدل خطی فازی

Figure 4. Simulation of the relationship between relative humidity and groundwater level using (a) Nonlinear fuzzy model and (b) Linear fuzzy model



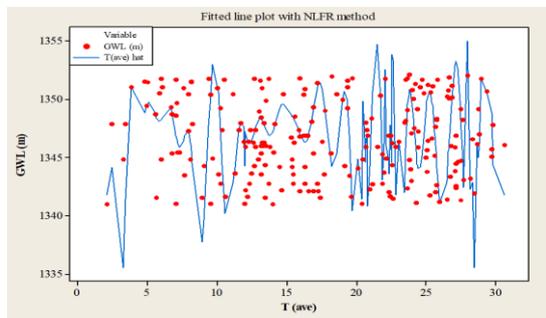
(a)



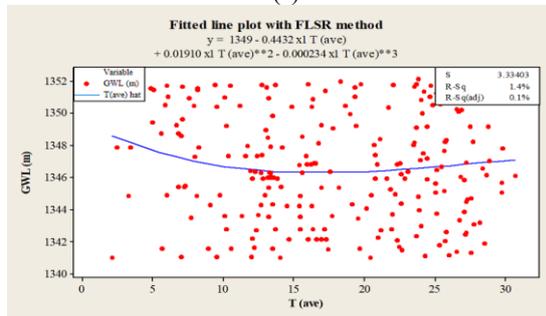
(b)

شکل ۳- شبیه‌سازی رابطه بین رطوبت نسبی و سطح آب زیرزمینی با استفاده از الف) مدل غیرخطی فازی و ب) مدل خطی فازی

Figure 3. Simulation of the relationship between relative humidity and groundwater level using (a) Nonlinear fuzzy model and (b) Linear fuzzy model.



(a)



(b)

شکل ۵- شبیه‌سازی رابطه بین دمای متوسط و سطح آب زیرزمینی با استفاده از الف) مدل غیرخطی فازی و ب) مدل خطی فازی

Figure 5. Simulation of the relationship between average temperature and groundwater level using (a) Nonlinear fuzzy model and (b) Linear fuzzy model

همان‌طور که ذکر شد، اشکال ۲ تا ۵، تحلیل‌های تک‌متغیره رابطه بین هر یک از فراسنجه‌های اقلیمی با سطح آب زیرزمینی را نشان می‌دهد. ضریب تبیین پایین در تحلیل‌های تک‌متغیره نه تنها با عملکرد بالای مدل‌های چندمتغیره در تناقض نیست، بلکه بر ضرورت استفاده از رویکردهای پیچیده‌تر تأکید می‌کند. در سامانه‌های هیدرولوژیکی، رابطه بین متغیرها به‌شدت پیچیده و غیرخطی بوده و هیچ‌یک از متغیرهای اقلیمی به‌تنهایی نمی‌توانند تغییرات سطح آب زیرزمینی را به‌طور کامل توضیح دهند. باین‌حال، ترکیب هم‌زمان این متغیرها در مدل‌های چندمتغیره امکان شناسایی الگوهای پنهان و روابط پیچیده را فراهم می‌کند. اثرات تعاملی بین متغیرها، مانند تعامل بارش و دما در فرآیند تبخیر یا تأثیر هم‌زمان رطوبت و بارش بر نفوذپذیری خاک، در مدل‌سازی چندمتغیره لحاظ می‌شود که در تحلیل‌های تک‌متغیره قابل تشخیص نیست. همچنین، رابطه سینوسی مشاهده‌شده بین بارش و سطح آب زیرزمینی نشان‌دهنده تأخیرهای زمانی متغیر و غیرخطی است که از فرآیندهای پیچیده نفوذ، انتقال در منطقه غیراشباع، تغییرات غیرخطی نفوذپذیری خاک در سطوح مختلف رطوبت، نقش پوشش گیاهی، فرآیندهای تبخیر و تعرق، و تأثیر برداشت‌های متغیر فصلی ناشی می‌شود و تنها در مدل‌های پیشرفته قابل مدل‌سازی است. در مورد رابطه تبخیر و تعرق با تراز آب زیرزمینی، مدل غیرخطی توانست تغییرات ظریف و پیچیده را به‌خوبی دنبال کند.

۳-۲- بررسی تأثیر داده‌های پرت و پایداری در مدل‌های

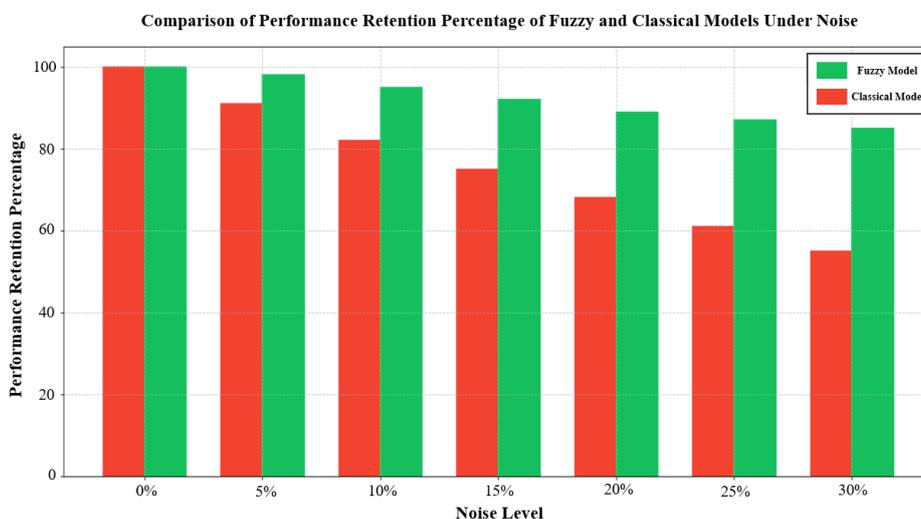
فازی

در اغلب روش‌های مدل‌سازی، شناسایی و حذف داده‌های پرت به‌عنوان یکی از مراحل حیاتی پیش‌پردازش به‌منظور افزایش صحت و اعتبار نتایج ضروری است. با این حال، یکی از مهم‌ترین برتری‌های مدل‌های غیرخطی فازی پیشنهادی در پژوهش حاضر، مقاومت ذاتی و بالای آنها در برابر داده‌های پرت و نادقیق است. ساختار مبتنی بر منطق فازی به گونه‌ای است که با تخصیص درجات عضویت متغیر به داده‌ها، از تأثیرگذاری نامطلوب داده‌های غیرمتعارف جلوگیری کرده و قابلیت تعمیم و پایداری مدل را تضمین می‌کند. این خاصیت، علاوه بر صرفه‌جویی قابل‌توجه در زمان و هزینه پیش‌پردازش، اجازه می‌دهد مدل‌ها به‌طور مستقیم با داده‌های خام و واقعی که اغلب شامل نوفه و عدم دقت هستند، استفاده شوند. همچنین، حذف نکردن داده‌های پرت منجر به حفظ اطلاعات پنهان و بینش‌های ارزشمندی می‌شود که در بسیاری موارد توسط سایر روش‌ها نادیده گرفته می‌شوند.

بررسی پایداری مدل‌ها در برابر داده‌های نادقیق (جدول ۲ و شکل ۶) نشان داد که مدل فازی حتی با افزایش سطح نوفه تا ۳۰ درصد، قادر به حفظ حدود ۸۵ درصد دقت اولیه خود بود؛ حال آن‌که دقت مدل کلاسیک در همان شرایط به کم‌تر از ۶۰ درصد کاهش یافت. شاخص‌های خطا و کارایی مانند RMSE و NSE نیز مؤید برتری مدل‌های فازی در حفظ عملکرد نسبت به مدل‌های کلاسیک هستند.

در حالی که مدل خطی تنها یک رابطه ساده چندجمله‌ای درجه سوم با ضریب تبیین ۴/۵ درصد ارائه داد که نشان‌دهنده ضعف آن بود. به‌طور مشابه، تحلیل تأثیر رطوبت نسبی بر تراز آب زیرزمینی نیز نشان داد که مدل غیرخطی قادر به بازشناسی ساختار پیچیده و الگوهای نوسانی داده‌ها است، اما مدل خطی با ضریب تبیین کم‌تر از ۷ درصد، تنها روندهای کلی و ساده را مدل‌سازی کرد بررسی اثر بارندگی نیز حاکی از توانمندی مدل غیرخطی در مشاهده اثرات غیرمستقیم و تأخیری بارندگی بر تراز آب بود که با الگوهای موجی و تکرارشونده همخوانی داشت، در حالی که مدل خطی با ضریب تبیین صفر درصد و خطای استاندارد بالا، فاقد قدرت توضیحی معنادار بود. در نهایت، در تحلیل ارتباط دمای متوسط و تراز آب زیرزمینی، مدل غیرخطی توانست الگوهای پیچیده موجود را به‌خوبی مدل‌سازی کند، در حالی که مدل خطی عملکرد بسیار ضعیفی داشت و تغییرات تراز آب را به‌طور مؤثر تبیین نکرد. این نتایج تأکید می‌کند که مدل‌های فازی غیرخطی به‌دلیل انعطاف‌پذیری بالا و قابلیت تشخیص روابط پنهان و غیرخطی، ابزار مناسبی برای تحلیل دقیق و پیش‌بینی رفتارهای هیدرولوژیکی پیچیده سامانه‌های آبخوار هستند، به‌ویژه در شرایط تغییرات اقلیمی که رفتار سامانه پیچیده و غیرقابل پیش‌بینی می‌شود.

بنابراین، شکل‌های ۲ تا ۵ نه به‌عنوان نشانگر ضعف مدل، بلکه به‌عنوان مستندی بر پیچیدگی ذاتی سامانه‌های هیدرولوژیکی و ضرورت استفاده از مدل‌سازی چندمتغیره تفسیر می‌شوند که نتایج آن در ادامه ارائه خواهد شد.



شکل ۶- مقایسه درصد حفظ عملکرد مدل‌های فازی و کلاسیک در برابر سطح نوفه

Figure 6. Comparison of the percentage of performance retention of fuzzy and classical models against noise level

کارآمد و قابل اطمینان برای کاربردهای عملی-به‌ویژه در شرایطی که کیفیت داده‌ها همواره تضمین شده نیست-تبدیل کرده است.

در مجموع، انعطاف‌پذیری و قابلیت پردازش عدم قطعیت و داده‌های غیرقطعی در مدل‌های غیرخطی فازی، آن‌ها را به ابزاری قدرتمند،

جدول ۲- نتایج تفصیلی آزمون پایداری مدل‌های فازی و کلاسیک در برابر نوفه

Table 2. Detailed results of the stability test of fuzzy and classical models against noise

Stability status	Performance degradation level	Accuracy retention	RMSE	NSE	Type of model	Noise level
Reference	-	100%	0.12	0.95	Classic	0%
Reference	-	100%	0.10	0.97	Fuzzy	
Reduced	Medium	91%	0.18	0.89	Classic	5%
Stable	Low	98%	0.12	0.95	Fuzzy	
Unstable	High	82%	0.25	0.82	Classic	10%
Stable	Low	95%	0.14	0.93	Fuzzy	
Unstable	High	75%	0.32	0.75	Classic	15%
Stable	Low	92%	0.16	0.91	Fuzzy	
Unstable	Very High	68%	0.41	0.68	Classic	20%
Relatively stable	Medium	89%	0.19	0.88	Fuzzy	
Unstable	Very High	61%	0.52	0.61	Classic	25%
Relatively stable	Medium	87%	0.22	0.86	Fuzzy	
Unstable	Critical	55%	0.65	0.55	Classic	30%
Acceptable	Medium	85%	0.25	0.84	Fuzzy	

غیرخطی فازی (FNAR) و رگرسیون خطی کم‌ترین مربعات فازی (FLSR) برای پیش‌بینی ماهانه تراز آب زیرزمینی دشت بیرجند انجام شد (جدول ۳).

۳-۳- ارزیابی عملکرد مدل‌های فازی

این مطالعه با هدف ارزیابی عملکرد سه مدل فازی شامل رگرسیون بردار پشتیبان غیرخطی فازی (NLF-SVR)، رگرسیون تجمعی

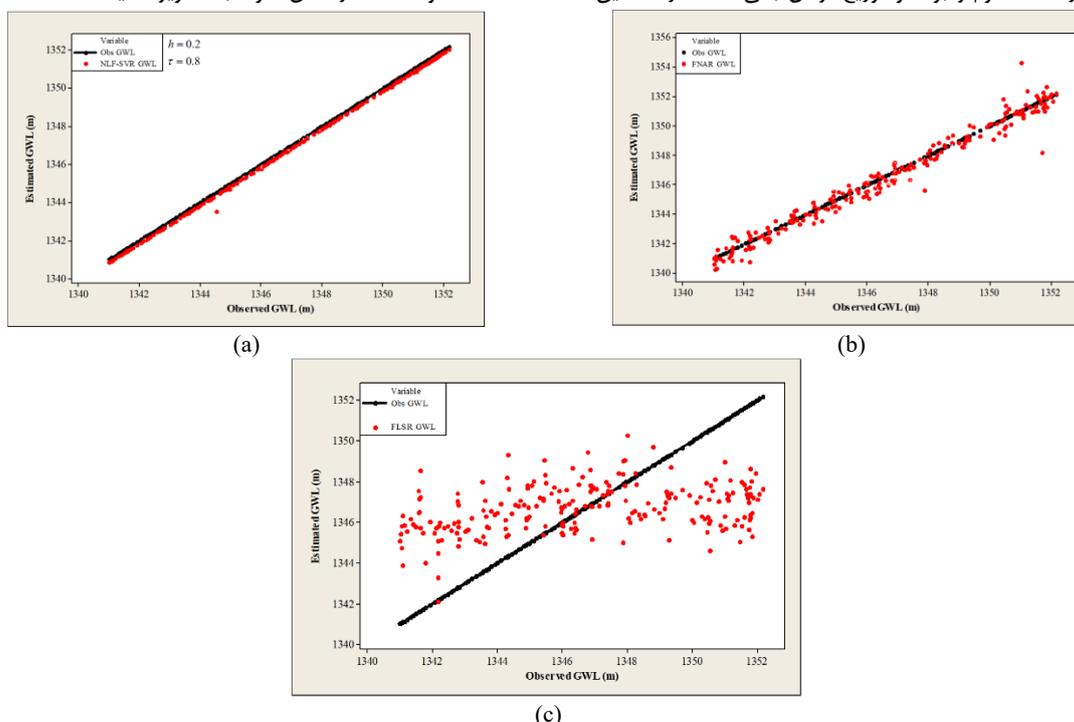
جدول ۳- مقایسه شاخص‌های اعتبارسنجی مدل‌های فازی در برآورد سطح آب زیرزمینی ماهانه آبخوان دشت بیرجند

Table 3. Comparison of validation indices of the fuzzy models in estimating the monthly groundwater level of the study area

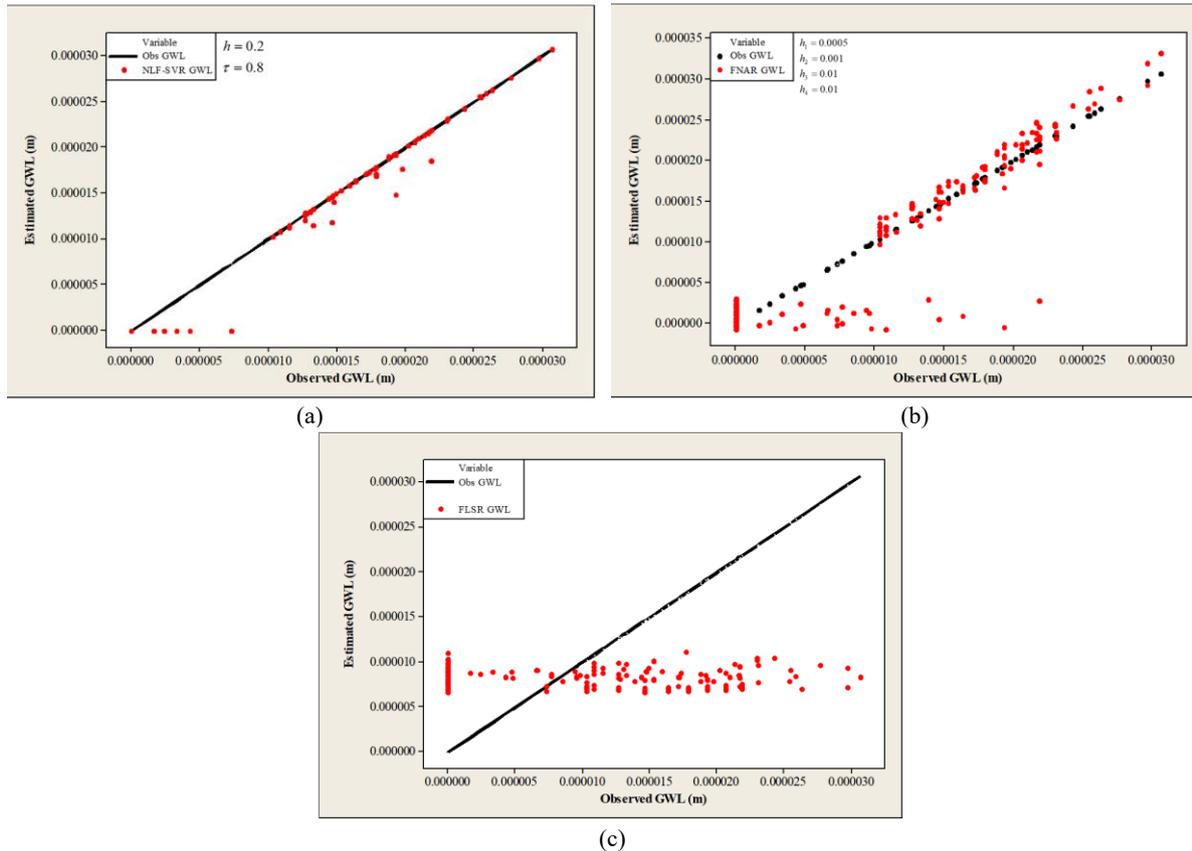
Model	Month	Train			Test		
		RMSE (M)	MAE	NSE	RMSE (M)	MAE	NSE
FNAR	Farvardin	0.392	0.285	0.970	0.312	0.331	0.927
	Ordibehesht	0.768	0.291	0.870	0.600	0.372	0.709
	Khordad	0.428	0.390	0.924	0.646	0.413	0.661
	Tir	0.526	0.450	0.948	0.488	0.368	0.815
	Mordad	0.511	0.434	0.931	0.497	0.409	0.810
	Shahrivar	0.585	0.519	0.936	0.466	0.390	0.831
	Mehr	0.555	0.431	0.943	0.510	0.330	0.794
	Aban	0.460	0.349	0.957	0.310	0.333	0.925
	Azar	0.549	0.415	0.943	0.305	0.258	0.926
	Dey	0.324	0.248	0.980	0.305	0.285	0.926
	Bahman	0.400	0.324	0.969	0.337	0.203	0.910
	Esfand	0.457	0.402	0.821	0.586	0.522	0.719
NLF-SVR	Farvardin	0.153	0.152	0.995	0.155	0.154	0.980
	Ordibehesht	0.149	0.148	0.995	0.154	0.153	0.981
	Khordad	0.156	0.155	0.995	0.156	0.155	0.980
	Tir	0.158	0.157	0.995	0.152	0.151	0.981
	Mordad	0.155	0.154	0.995	0.156	0.155	0.980
	Shahrivar	0.152	0.151	0.995	0.150	0.149	0.981
	Mehr	0.150	0.148	0.995	0.153	0.152	0.982
	Aban	0.148	0.151	0.995	0.151	0.150	0.982
	Azar	0.164	0.161	0.994	0.153	0.152	0.981
	Dey	0.156	0.155	0.995	0.159	0.158	0.980
	Bahman	0.155	0.154	0.995	0.156	0.292	0.855
	Esfand	0.170	0.165	0.995	0.150	0.149	0.982
FLSR	Farvardin	0.002	1.121	2.340	-2.132	3.453	3.722
	Ordibehesht	-0.215	1.229	2.296	-2.250	3.571	3.861
	Khordad	-0.518	1.440	2.542	-2.142	3.600	3.890
	Tir	-0.638	1.682	2.941	-2.221	3.742	3.921
	Mordad	-0.051	1.556	2.798	-2.050	3.403	3.665
	Shahrivar	-1.784	2.109	2.371	-2.139	3.600	3.415
	Mehr	-0.932	2.131	3.094	-1.501	2.365	2.705
	Aban	-1.065	2.115	3.244	-1.944	2.543	2.770
	Azar	-1.129	2.430	3.356	-1.600	1.716	1.843
	Dey	-0.226	1.352	2.554	-1.288	2.279	2.609
	Bahman	0.003	1.219	2.308	-1.290	2.372	2.607
	Esfand	0.007	1.272	2.321	-1.319	2.399	2.611

می‌کند. چهارم، فرآیند بهینه‌سازی سه مرحله‌ای امکان یافتن نقطه بهینه سراسری را با در نظرگیری هم‌زمان قیدهای فازی بالا، پایین، و مرکزی فراهم می‌آورد که منجر به پایداری بیشتر مدل در برابر تغییرات داده‌های ورودی می‌شود. یکی از یافته‌های این مطالعه، تغییرات فصلی عملکرد مدل‌ها بود. بهترین عملکرد در ماه‌های گرم (تیر تا شهریور) و ضعیف‌ترین عملکرد در ماه‌های سرد (آبان تا بهمن) مشاهده شد. این الگو را می‌توان به دو عامل اصلی نسبت داد: نخست، در ماه‌های گرم الگوهای مصرف آب و تبخیر و تعرق منظم‌تر و قابل پیش‌بینی‌تر است؛ دوم، در ماه‌های سرد بارندگی‌های غیرمنتظره و تأخیر زمانی پیچیده بین بارندگی و تأثیر آن بر سطح آب زیرزمینی رخ می‌دهد. این یافته با نتایج Zhang et al. (2022) در زمینه پیچیدگی فرآیندهای تغذیه آبخوان در فصل زمستان مطابقت دارد. مدل FNAR نیز نتایج غیرمنتظره‌ای در ماه‌های اردیبهشت و اسفند نشان داد که احتمالاً به دلیل حساسیت بیشتر این مدل به تغییرات ناگهانی اقلیمی و رخداد بارش‌های غیرمعمول در این دوره‌ها است. مزیت اصلی مدل‌های فازی نسبت به مدل‌های کلاسیک، قابلیت آن‌ها در در نظرگیری عدم قطعیت‌های موجود در داده‌های ورودی از طریق فازی است. این ویژگی به‌ویژه در مسائل هیدرولوژیکی که اندازه‌گیری‌ها همراه با عدم قطعیت‌های قابل توجه است، بسیار مفید واقع می‌شود (Kumar et al., 2023). در واقع، استفاده از منطق فازی در کنار ماشین بردار پشتیبان مزایای منحصر به فردی دارد که شامل مدیریت عدم قطعیت، تعمیم‌پذیری بالا و کاهش بیش‌برازش است. نمودار پراکنندگی مقادیر مرکزی و حدود فازی مشاهده شده و پیش‌بینی شده مدل NLF-SVR، FLSR و FLSR در شکل ۷ و ۸ به تصویر کشیده شده است.

عملکرد فوق‌العاده مدل NLF-SVR در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی نشان می‌دهد که ترکیب منطق فازی با الگوریتم‌های یادگیری ماشین قادر است پیچیدگی‌های فرآیندهای هیدرولوژیکی را به‌طور مؤثر مدل‌سازی کند. این اهمیت زمانی مضاعف می‌شود که در مناطق خشک و نیمه‌خشک نظیر دشت بیرجند که با چالش‌های جدی کمبود آب مواجه هستند و نیاز به پیش‌بینی دقیق منابع آب زیرزمینی برای مدیریت پایدار این منابع ضروری است، به‌کار گرفته شود. نتایج حاصل از این مطالعه با پژوهش Sahoo et al. (2017) که NSE کم‌تر از ۰/۸۵ را برای مدل‌های یادگیری ماشین در نواحی کشاورزی آمریکا گزارش کردند، مقایسه شده و برتری قابل توجه روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. هم‌چنین، Kumar et al. (2023) بهترین عملکرد مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی را با NSE حدود ۰/۸۵-۰/۹۰ گزارش کردند که در مقایسه با NSE حاصل از مدل NLF-SVR در این پژوهش کم‌تر است. مطالعه Mohapatra et al. (2021) در مناطق کشاورزی-اکولوژیکی هند، مقادیر RMSE بین ۰/۱۳۸ تا ۰/۶۴۹ متر را برای مدل‌های ANFIS گزارش کرده که میانگین RMSE حاصل از مدل NLF-SVR در محدوده مطلوب این مطالعات قرار دارد. ساز و کار برتری عملکرد مدل NLF-SVR از نظر ریاضی نیز در چندین جنبه قابل تبیین است. نخست، استفاده از اعداد فازی مثلثی امکان مدل‌سازی عدم قطعیت ذاتی داده‌های هیدرولوژیکی را فراهم می‌آورد که منجر به کاهش واریانس خطای پیش‌بینی می‌شود. دوم، ترکیب فنون کرنل با منطق فازی قابلیت نگاهت داده‌ها به فضای ویژگی بعد بالا را با حفظ کنترل عدم قطعیت تضمین می‌نماید. سوم، تابع زیان چارکی نسبت به مقادیر دورافتاده مقاوم‌تر بوده و توزیع نرمال باقی‌مانده‌ها را تضمین



شکل ۷- مقادیر مرکزی برآوردشده سطح آب زیرزمینی ماهانه توسط مدل‌های الف) NLF-SVR، ب) FNAR و ج) FLSR
 Figure 7. Estimated central values of the monthly groundwater level by the models: a) NLF-SVR, b) FNAR, and c) FLSR



شکل ۸- مقادیر حدود پایین و بالا برآوردشده سطح آب زیرزمینی ماهانه توسط مدل‌های الف (NLF-SVR، ب) FNAR و ج) FLSR
Figure 8. Estimated lower and upper bound values of the monthly groundwater level by the models: a) NLF-SVR, b) FNAR, and c) FLSR

دشت بیرجند است و تعمیم‌پذیری نتایج به سایر مناطق با شرایط هیدروژئولوژیکی متفاوت نیاز به بررسی بیشتر دارد. دوم، مدل‌ها تنها با ورودی‌های اقلیمی (دما، رطوبت، بارش و تبخیر و تعرق) آزمایش شده‌اند و احتمالاً در نظرگیری سایر عوامل مؤثر نظیر برداشت آب زیرزمینی، تغییرات کاربری اراضی و ویژگی‌های زمین‌شناسی می‌تواند دقت پیش‌بینی را بهبود بخشد. سوم، طول دوره آماری داده‌ها ممکن است برای در نظرگیری کامل نوسانات بلندمدت اقلیمی و هیدروژئولوژیکی کافی نباشد. چهارم، عدم در نظرگیری تأخیرهای زمانی متغیر بین متغیرهای ورودی و خروجی می‌تواند دقت پیش‌بینی در برخی شرایط را محدود کند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که مدل‌های فازی، به‌ویژه NLF-SVR، گزینه‌ای قابل‌اعتماد برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در مناطق خشک و نیمه‌خشک هستند. این یافته برای مدیران منابع آب و برنامه‌ریزان توسعه پایدار اهمیت ویژه‌ای دارد، زیرا امکان برنامه‌ریزی بهتر برای مدیریت منابع آب زیرزمینی و کاهش ریسک‌های ناشی از کمبود آب را فراهم می‌کند. از منظر عملی، استفاده از این مدل می‌تواند در سیستم‌های هشدار زودهنگام برای کاهش سطح آب زیرزمینی، بهینه‌سازی برنامه‌های کشت، و تصمیم‌گیری‌های مدیریتی در زمینه تخصیص آب کاربرد داشته باشد. برای تقویت و گسترش یافته‌های این پژوهش، مطالعات آتی می‌تواند در جهت زیر پیش رود: نخست، آزمایش مدل‌های پیشنهادی در مناطق مختلف با شرایط اقلیمی و هیدروژئولوژیکی متنوع برای ارزیابی تعمیم‌پذیری آن‌ها؛ دوم،

نمودارهای پراکندگی مدل NLF-SVR نشان می‌دهند که اکثر نقاط داده در نزدیکی خط ۱:۱ قرار دارند که بیانگر هم‌بستگی قوی بین داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده است. این مسئله نشان می‌دهد مدل FNAR نسبت به تغییرات فصلی و رخداد بارش‌ها حساسیت مناسبی دارد. در مقابل، در ماه‌هایی که برداشت آب زیرزمینی افزایش یافته یا بارش کم‌تر بوده، خطای مدل افزایش یافته که این موضوع با نتایج پژوهش‌های Bardossy and Duckstein و Ahmadi et al. (2022) و Zowam et al. (2024) و Feng et al. (2024) نیز همخوان است که بارش را مهم‌ترین عامل تأثیرگذار بر تراز آب زیرزمینی در مناطق دارای نوسانات فصلی بارندگی معرفی کرده‌اند. تعداد بسیار کم نقاط پرت نیز نشان می‌دهد که مدل نسبت به داده‌های غیرمعمول مقاوم بوده و دچار بیش‌برازش نشده است. مدل FNAR نیز عملکرد قابل‌قبولی داشته است که در مقایسه با NLF-SVR در رتبه دوم قرار می‌گیرد. در مقابل، مدل FLSR نتوانسته است دقت و پایداری مورد انتظار را فراهم کند؛ پراکندگی داده‌های پیش‌بینی شده توسط FLSR نسبت به داده‌های مشاهده‌شده بسیار بیشتر بوده و نقاط پرت بیشتری نیز مشاهده می‌شود. این یافته با مطالعه Ehteram and Banadkooki (2023) همخوان است که تأکید دارند مدل‌های خطی در مواجهه با روابط غیرخطی و داده‌های دارای عدم قطعیت، کارایی لازم را ندارند. این مطالعه دارای محدودیت‌هایی نیز است که باید در تفسیر نتایج در نظر گرفته شوند. نخست، داده‌های مورد استفاده محدود به منطقه خاص

ترکیب مدل‌های فازی با تکنیک‌های یادگیری عمیق برای بهبود بیش‌تر دقت پیش‌بینی؛ سوم، توسعه مدل‌های چندمقیاسه که بتوانند نوسانات کوتاه‌مدت و بلندمدت را هم‌زمان در نظر بگیرند. همچنین، مطالعه تأثیر متغیرهای اضافی نظیر شاخص‌های تغییر اقلیم، داده‌های ماهواره‌ای و اطلاعات زمین‌شناسی بر عملکرد مدل‌ها، و نهایتاً توسعه سامانه‌های تصمیم‌گیری مبتنی بر این مدل‌ها برای کاربردهای عملی مدیریت منابع آب، زمینه‌های مناسبی برای پژوهش‌های آینده محسوب می‌شوند.

۴- نتیجه‌گیری

این مطالعه با هدف ارزیابی و مقایسه عملکرد سه مدل فازی برای پیش‌بینی ماهانه تراز آب زیرزمینی در دشت بیرجند انجام شد. نتایج حاصل نشان داد که مدل رگرسیون بردار پشتیبان غیرخطی فازی (NLF-SVR) با RMSE متوسط ۰/۱۵ متر و NSE نزدیک به ۰/۹۹، عملکرد برتری نسبت به مدل‌های FLSR و FNAR در کلیه ماه‌های سال دارد.

یافته‌های کلیدی این پژوهش عبارتند از: نخست، مدل‌های غیرخطی فازی قابلیت بالایی در مدل‌سازی روابط پیچیده بین متغیرهای اقلیمی و تراز آب زیرزمینی دارند. دوم، تغییرات فصلی عملکرد مدل‌ها که منعکس‌کننده پیچیدگی‌های فرآیندهای هیدرولوژیکی در طول سال است. سوم، برتری قابل توجه رویکرد فازی در مدیریت عدم قطعیت‌های موجود در داده‌های هیدرولوژیکی نسبت به روش‌های کلاسیک.

علی‌رغم دستاوردهای به‌دست آمده، این مطالعه با محدودیت‌هایی مواجه است که در تفسیر نتایج باید مدنظر قرار گیرند: داده‌های مورد استفاده محدود به منطقه دشت بیرجند بوده و تعمیم‌پذیری نتایج به سایر مناطق با شرایط هیدروژئولوژیکی، اقلیمی و زمین‌شناسی متفاوت نیازمند بررسی جداگانه است. مدل‌ها تنها با ورودی‌های اقلیمی نظیر دما، رطوبت، بارش و تبخیر و تعرق آزمایش شده‌اند و عدم لحاظ متغیرهای انسانی مانند میزان و الگوی برداشت آب زیرزمینی، تغییرات کاربری اراضی، توسعه شهری و ویژگی‌های زمین‌شناسی محلی ممکن است دقت پیش‌بینی را کاهش دهد. همچنین، دوره آماری ۱۲ ساله داده‌ها ممکن است برای تحلیل کامل نوسانات بلندمدت اقلیمی، چرخه‌های خشکسالی و تغییرات اقلیمی کافی نباشد. با توجه به یافته‌ها و محدودیت‌های موجود، توسعه مدل‌های پیش‌بینی با ترکیب یادگیری عمیق، شبکه‌های عصبی پیچشی و مدل‌های فازی می‌تواند دقت پیش‌بینی را بهبود بخشد. همچنین، طراحی مدل‌های ترکیبی با توانایی تحلیل هم‌زمان نوسانات کوتاه‌مدت و بلندمدت و به‌کارگیری الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری برای تنظیم خودکار فراسنجه‌ها، از جمله اولویت‌های پژوهشی آینده است. به‌منظور تعمیم‌پذیری، آزمایش این مدل‌ها در مناطق با اقلیم‌های متنوع مانند مدیترانه‌ای، قطبی و استوایی اهمیت دارد. مطالعه پیامدهای تغییر اقلیم بر منابع آب زیرزمینی و توسعه سامانه‌های هشدار زودهنگام بر پایه اینترنت اشیا به‌منظور پایش برخط نیز توصیه می‌شود. در بخش داده‌ها، ادغام شاخص‌های تغییر اقلیم، داده‌های سنجش از دور، تصاویر ماهواره‌ای و مدل‌های زمین‌شناسی سه‌بعدی به افزایش کیفیت داده‌ها کمک شایانی می‌کند.

افزون بر این، بهره‌گیری از داده‌های بزرگ و پردازش داده‌های ناهمگن می‌تواند توان تحلیلی مدل‌ها را ارتقا دهد. نهایتاً، توسعه سامانه‌های پشتیبان تصمیم‌گیری و ایجاد بسترهای وب‌محور برای دسترسی مدیران به نتایج پیش‌بینی و تدوین راهنمای کاربردی، در مدیریت پایدار منابع آب نقش مهمی ایفا می‌کند. از منظر کاربردی، مدل NLF-SVR ابزاری قابل‌اعتماد برای مدیران منابع آب در مناطق خشک و نیمه‌خشک محسوب می‌شود که می‌تواند در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی، برنامه‌ریزی کشاورزی، و سامانه‌های هشدار زودهنگام مورد استفاده قرار گیرد. دقت بالای این مدل در پیش‌بینی نوسانات ماهانه تراز آب زیرزمینی، امکان مدیریت پیشگیرانه منابع آب و کاهش ریسک‌های ناشی از کمبود آب را فراهم می‌کند. با این حال، موفقیت کامل این رویکرد مستلزم در نظرگیری محدودیت‌های مطرح‌شده و پیگیری پیشنهادات ارائه‌شده در مطالعات آتی است.

نتایج این پژوهش راهگشای توسعه سامانه‌های هوشمند مدیریت منابع آب زیرزمینی در مناطق دارای محدودیت آبی است و زمینه را برای تحقیقات بیشتر در زمینه ترکیب فناوری‌های نوین با علوم هیدرولوژی فراهم می‌کند.

سپاسگزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند تا از حمایت‌های مالی بنیاد ملی علم ایران در انجام این پژوهش صمیمانه تقدیر و تشکر نمایند. این اثر تحت حمایت مادی بنیاد ملی علم ایران (INSF) برگرفته از طرح شماره «۴۰۳۴۷۷۱» انجام شده است.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ تضاد منافی در رابطه با نویسندگی و یا انتشار این مقاله ندارند.

دسترسی به داده‌ها

بیش‌تر داده‌های استفاده‌شده در این پژوهش در متن مقاله ارائه شده است. داده‌های خام از طریق نویسنده مسئول قابل ارائه است.

مشارکت نویسندگان

سپیده زراعتی نیشابوری: مفهوم‌پردازی، انجام تحلیل‌های نرم‌افزاری/آماري، سازمان‌دهی داده‌ها، نگارش پیش‌نویس اولیه مقاله؛ عباس خاشعی سیوکی: راهنمایی، ویرایش و بازبینی مقاله، کنترل نتایج؛ محمد قاسم اکبری: مفهوم‌سازی، راهنمایی، ویرایش و بازبینی مقاله، تحلیل‌های آماری.

منابع

اسداللهی، معصومه (۱۴۰۱). مدل‌های رگرسیونی استوار براساس بردار پشتیبان در محیط فازی (پایان‌نامه دکتری). دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.
تقوایی، فهیمه، حسینی، خسرو و هاشمی، علی‌اصغر. (۱۴۰۳). پیش‌بینی تأثیر تغییر اقلیم بر تراز آب زیرزمینی با استفاده از الگوریتم‌های فرا

- صدق‌آمیز، عباس و فروغی، فرید. (۱۴۰۲). پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی با استفاده از مدل‌های استنتاج فازی، استنتاج فازی عصبی و شبکه عصبی. *سامانه‌های سطوح آبگیر باران*، ۱۱(۴)، ۳۱-۵۰. doi: 20.1001.1.24235970.1402.11.4.3.5
- عباس نوین پور، اسفندیار، کریمی، فاطمه و رضایی، حسین. (۱۴۰۱). پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی دشت قروه با استفاده از مدل MODFLOW در سناریوهای مختلف تغییر اقلیم LARS-WG. *دانش آب و خاک*، ۳۲(۴)، ۶۱-۷۳. doi: 10.22034/ws.2021.30465.2197
- تکاملی (مطالعه موردی: دشت ریز-بوشهر). *پژوهش آب/ایران*، ۵۳، ۳۹-۴۸. doi: 10.22034/IWRJ.2023.14484.2548
- زراعتی نیشابوری، سپیده، پوررضا بیلندی، محسن، خاشعی سیوکی، عباس و شهیدی، علی. (۱۳۹۹). مقایسه مدل رگرسیون فازی امکانی و رگرسیون کم‌ترین مربعات فازی در پیش‌بینی تراز سطح ایستابی آبخوان دشت نیشابور. *علوم و مهندسی آبیاری*، ۱۳(۱)، ۱۳۱-۱۴۳. doi: 10.22055/jise.2018.23275.1652
- زراعتی نیشابوری، سپیده، پوررضا بیلندی، محسن، خاشعی سیوکی، عباس و شهیدی، علی. (۱۴۰۱). پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی دشت نیشابور با معرفی مدل رگرسیون فازی امکانی. *آبخوان و قنات*، ۳(۱)، ۶۴-۵۳. doi: 10.22077/jaaq.2018.1727.1008
- tolerant control in discrete-time T-S fuzzy systems: An embedded smoothing signal model approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 52(7), 6886-6900. doi: 10.1109/TCYB.2020.3042984
- Chukhrova, N., & Johannssen, A. (2019). Fuzzy regression analysis: systematic review and bibliography. *Applied Soft Computing*, 84, 105708.
- Chutia, R., Saikia, S., & Gogoi, M. K. (2022). A theoretical approach to ranking of parametric fuzzy numbers using value and left-right ambiguity. *Mathematical Sciences*, 16(3), 299-315. doi: 10.1007/s40096-021-00422-4
- Dehghani, R., & Torabi Poudeh, H. (2022). Application of novel hybrid artificial intelligence algorithms to groundwater simulation. *International Journal of Environmental Science and Technology*, 19(5), 43514368. doi: 10.1007/s13762-021-03596-5
- Ehteram, M., & Banadkooki, F. B. (2023). A developed multiple linear regression (MLR) model for monthly groundwater level prediction. *Water*, 15(22), 3940. doi: 10.3390/w15223940
- Elbeltagi, A., Salam, R., Pal, S. C., Zerouali, B., Shahid, S., Mallick, J., Islam, M.S., & Islam, A. R. M. T. (2022). Groundwater level estimation in northern region of Bangladesh using hybrid locally weighted linear regression and Gaussian process regression modeling. *Theoretical and Applied Climatology*, 149(1), 131151. doi: 10.1007 / s00704-022-04037-0
- Feng, F., Ghorbani, H., & Radwan, A. E. (2024). Predicting groundwater level using traditional and deep machine learning algorithms. *Frontiers in Environmental Science*, 12, 1291327. doi: 10.3389/fenvs.2024.1291327
- Guo, F. F., & Shen, J. (2019). A smoothing approach for minimizing a linear function subject to fuzzy relation inequalities with addition-min composition. *International Journal of Fuzzy Systems*, 21, 281-290. doi: 10.1007/s40815-018-0530-3
- Hesamian, G., & Akbari, M. G. (2020). A fuzzy additive regression model with exact predictors
- Abbassnouvinpour, E., Karimi, F., and Rezaie, H. (2022). The Prediction of Groundwater Level in Ghorve Plain Using the MODFLOW Model in Different Scenarios of LARS-WG Climate Change. *Water and Soil Science*, 32(4), 61-73. doi: 10.22034/ws.2021.30465.2197. [In Persian]
- Aghlmand, R., & Abbasi, A. (2019). Application of MODFLOW with boundary conditions analyses based on limited available observations: A case study of Birjand plain in East Iran. *Water*, 11(9), 1904.
- Ahmadi, A., Olyaei, M., Heydari, Z., Emami, M., Zeynolabedin, A., Ghomlaghi, A., Daccache, Graham E. F., & Sadegh, M. (2022). Groundwater level modeling with machine learning: a systematic review and meta-analysis. *Water*, 14(6), 949. doi: 10.3390/w14060949
- Asadollahi, M. (2023). Robust regression models based on support vectors in a fuzzy environment (PhD dissertation). University of Birjand, Birjand, Iran.[In Persian]
- Badetiya, Y., & Barale, M. (2024). Modeling groundwater level using geographically weighted regression. *Arabian Journal of Geosciences*, 17(9), 251.
- Band, S. S., Heggy, E., Bateni, S. M., Karami, H., Rabiee, M., Samadianfard, S., Samadianfard, Chau, K-W., & Mosavi, A. (2021). Groundwater level prediction in arid areas using wavelet analysis and Gaussian process regression. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 15(1), 11471158. doi: 10.1080/19942060.2021.1944913
- Bardossy, A., & Duckstein, L. (2022). Fuzzy rule-based modeling with applications to geophysical, biological, and engineering systems. CRC Press. doi: 10.1201/9780138755133
- Bardossy, A., Bogardi, I., & Duckstein, L. (1990). Fuzzy regression in hydrology. *Water Resources Research*, 26(7), 1497-1508. doi: 10.1029/WR026i007p01497
- Chen, B. S., Lee, M. Y., Lin, T. H., & Zhang, W. (2021). Robust state/fault estimation and fault-

- and fuzzy responses. *Applied Soft Computing*, 95, 106507. doi: 10.1016/j.asoc.2020.106507
- Jithendra, T., & Basha, S. S. (2023). Analyzing groundwater level with hybrid ANN and ANFIS using metaheuristic optimization. *Earth science informatics*, 16(4), 3323-3353.
- Kung, C. F., & Hao, P. Y. (2023). Fuzzy Least Squares Support Vector Machine with Fuzzy Hyperplane. *Neural Processing Letters*, 55(6), 7415-7446. doi: 10.1007/s11063-023-11267-4
- Li, W., Wei, Z., Chen, Y., Tang, C., & Song, Y. (2020). Fuzzy granular hyperplane classifiers. *IEEE Access*, 8, 112066-112077. doi: 10.1109/ACCESS.2020.3002904
- Mohapatra, J. B., Jha, P., Jha, M. K., & Biswal, S. (2021). Efficacy of machine learning techniques in predicting groundwater fluctuations in agro-ecological zones of India. *Science of the Total Environment*, 785, 147319. doi: 10.1016/j.scitotenv.2021.147319
- Mohtashami, A., Monfared, S. A. H., Azizyan, G., & Akbarpour, A. (2022). Numerical simulation of groundwater in an unconfined aquifer with a novel hybrid model (case study: Birjand Aquifer, Iran). *Journal of Hydroinformatics*, 24(1), 160178. doi: 10.2166/hydro.2021.113
- Norouzi Khatiri, K., Nematollahi, B., Hafeziyeh, S., Niksokhan, M. H., Nikoo, M. R., & AlRawas, G. (2023). Groundwater management and allocation models: a review. *Water*, 15(2), 253. doi: 10.3390/w15020253
- Rezaei, A., Sayadi, M. H., Zadeh, R. J., & Mousazadeh, H. (2021). Assessing the hydrogeochemical processes through classical integration of groundwater parameters in the Birjand plain in eastern Iran. *Groundwater for Sustainable Development*, 15, 100684. doi: 10.1016/j.gsd.2021.100684
- Sahoo, S., Russo, T. A., Elliott, J., & Foster, I. (2017). Machine learning algorithms for modeling groundwater level changes in agricultural regions of the US. *Water Resources Research*, 53(5), 3878-3895. doi: 10.1002/2016WR019933
- Sedghamiz, A., & Foroughi, F. (2023). Prediction of groundwater level fluctuations using fuzzy inference system, Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System and neural network. *Iranian Journal of Rainwater Catchment Systems*, 11(4), 31-50. doi: 20.1001.1.24235970.1402.11.4.3.5 [In Persian].
- Taghvaei, F., Hosseini, K., & Hashemi, A. A. (2024). Predicting the impact of climate change on groundwater level using evolutionary algorithms: A case study of Riz Plain-Bushehr. *Iranian Journal of Water Research*, 53, 39-48. doi: 10.22034/IWRJ.2023.14484.2548. [In Persian]
- Taheri, S. M., & Kelkinnama, M. (2012). Fuzzy linear regression based on least absolute deviations. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 9(1), 121-140.
- Tanaka, H. (1982). A linear regression model with fuzzy function. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 25, 162-173.
- Tao, H., Hameed, M. M., Marhoon, H. A., Zounemat-Kermani, M., Heddami, S., Kim, S., Sulaiman, S.O., Tan, M.L., Sa'adi, Z., Mehr, A.D. and Allawi, M.F (2022). Groundwater level prediction using machine learning models: A comprehensive review. *Neurocomputing*, 489, 271-308. doi: 10.1016/j.neucom.2022.03.014.
- Zeraati Neyshabouri, S., Pourreza Bilondi, M., Kashei-Siuki, A. and Shahidi, A. (2022). Estimating The Groundwater Table Of Neyshabour Plain With Introducing Fuzzy Possibilistic Regression Model. *Journal of Aquifer and Qanat*, 3(1), 53-64. doi: 10.22077/jaaq.2018.1727.1008. [In Persian]
- Zeraati Neyshabouri, S., Pourreza Bilondi, M., Khashei Siuki, A., and Shahidi, A. (2020). Comparison of Fuzzy Possibilistic Regression and Fuzzy Least Squares Regression Models to Estimate Groundwater Level of Neyshabour Aquifer. *Irrigation Sciences and Engineering*, 43(1), 131-143. doi: 10.22055/jise.2018.23275.1652 [In Persian]
- Zowam, F. J., & Milewski, A. M. (2024). Groundwater level prediction using machine learning and Geostatistical interpolation models. *Water*, 16(19), 2771. doi: 10.3390/w16192771