

Forecasting monthly rainfall using time series modeling and spectral analysis with Fourier model

Erfan Abdi ¹, Yagob Dinpazhoh ^{2*}

¹ Ph.D. Student, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran

² Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Extended Abstract

Introduction

Rainfall plays a crucial role in supporting life on Earth and maintaining the ecosystem balance. It is essential to understand its significance for various environmental, agricultural, and hydrological aspects. Agriculture relies heavily on rainfall for crop growth. Sufficient rainfall ensures soil fertility and productivity. Forecasting rainfall is crucial for various sectors, including disaster management and urban planning. Reliable forecasts enable individuals and organizations to make informed decisions that can reduce risks and increase productivity. This information allows them to effectively plan planting and harvesting schedules and ensure optimal crop performance. Time series models are statistical tools used to analyze and forecast data points collected over time. Common types of models include Autoregressive (AR), Moving Average (MA), and Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) models. These models use a chronological sequence of observations and allow analysts to identify patterns, trends, and seasonal changes that can inform future predictions. Therefore, the purpose of this research is to develop an integrated system to investigate and evaluate the trend of precipitation and its variations in the statistical period of 24 years and use it to predict precipitation in the next 5 years. For this purpose, the rainfall data of three stations, Tabriz, Amol, and Yazd, which have different climates, were used. On the other hand, for the evaluation of time series and forecasting operations, two models—Fourier series and Autoregression—were used, and then the obtained results were analyzed with evaluation metrics and graphical representations.

Materials and Methods

This research focused on the monthly rainfall data collected from three stations—Tabriz, Amol, and Yazd—over 24 years (2000–2023), sourced from the Mathematica software. Initially, the dataset was analyzed, and outliers were identified and removed. Missing values were addressed using interpolation to fill the gaps. After completing and validating the dataset, it was partitioned into two segments: one for training and the other for testing. In hydrology and hydraulics, the data division commonly follows a 70:30 ratio. Accordingly, 70% of the data, spanning the years 2000 to 2016, was allocated for training, while the remaining 30%, from 2017 to 2023, was used for testing. Subsequently, two time series-based models—Fourier and Autoregressive—were employed to forecast monthly rainfall. These methods are described below. The Fourier series is the mathematical representation of a periodic function as an infinite sum of sine and cosine functions. This concept is fundamental in various fields such as signal processing, physics, and engineering, and allows complex periodic signals to be analyzed. Autoregressive (AR) models work on the principle that the current value of a time series can be expressed as a linear combination of its past values plus a random error. The performance comparison of the two models was evaluated using four criteria: root mean square error (RMSE), correlation coefficient (r), Nash Sutcliffe coefficient (NSE), and Willmott's index (WI).

Results and Discussion

The results showed that the Fourier model has an average error of 1.21, a correlation coefficient of 0.87, a Nash Sutcliffe coefficient of 0.74, and a Willmott coefficient of 0.91. The predictions made with the Fourier model were more reliable than the Autocorrelation model. The graph related to the Fourier model in all three stations has almost the same trend as the real values and has less difference. However, minor mismatches appeared in some cases. On the other hand, the graph of the AR model diverged significantly from actual values and showed a poor fit at most points. Considering the scatter diagrams of the Fourier model and AR, the Fourier diagram exhibited less dispersion. Therefore, the coefficient of determination for the Fourier model in predicting the monthly rainfall of Tabriz is equal to 0.86, Amol is equal to 0.73, and Yazd is equal to 0.68. For the AR model, it is equal to 0.18 for Tabriz, 0.34 for Amol, and 0.48 for Yazd. These results show that the Fourier model has identified changes in precipitation trends better than the AR model and has provided more reliable predictions. Also, the predicted five-

year trends by the Fourier model reflected more natural variability than those of the AR model, which instead exhibited smoother, near-linear changes.

Conclusion

Precipitation forecasting is critical for various sectors, including agriculture, natural disaster management, and climate adaptation. Accurate forecasts can significantly impact food security, infrastructure planning, and environmental conservation. A complete and robust dataset greatly enhances prediction accuracy. The Fourier model, with the lowest error and the highest degree of correlation, provided acceptable forecasts for the precipitation of three stations. Additionally, the five-year trend forecasts of the Fourier model demonstrated reasonable variations, and were somewhat similar to the real precipitation trend. However, the Fourier series assumes periodicity in data, which may not apply to all precipitation patterns. Many regions experience irregular rainfall distributions that deviate from periodic assumptions, potentially leading to inaccurate forecasts. Therefore, in this research, by integrating probability distribution with the Fourier model, this limitation was partially mitigated, and more accurate precipitation predictions were achieved. While Fourier models can be effective for short-term forecasting, their performance deteriorates over longer periods. This limitation arises from the model's inherent assumptions and periodic nature, which are not sustained over longer forecasting horizons, thereby complicating accurate long-term predictions. Moreover, the effectiveness of the Fourier model depends heavily on the quality and temporal resolution of the input data.

Keywords: Probability distribution, Water resources management, Iran climatic regions, Natural factors

Article Type: Research Article

Acknowledgment

This research was conducted with the financial support of the Vice Chancellor for Research of Tabriz University, which is hereby acknowledged.

Conflicts of interest

The authors of this article declare that they have no conflict of interest regarding the writing and publication of the content and results of this research.

Data Availability Statement:

The datasets are available upon a reasonable request from the corresponding author.

Authors' contribution

Erfan Abdi: Writing the first draft of the paper, Running Software, plotting papers, Including Tables and References, and editing the final version of the paper; **Yagob Dinpashoh:** Conceptualization, Paper configuration, Error inspection, Interpretation of results, Analysis, and discussion

*Corresponding Author, E-mail: dinpazhoh@tabrizu.ac.ir

Citation: Abdi, E., and dinpashoh, Y (2025). Forecasting monthly rainfall using time series modeling and spectral analysis with Fourier model. *Water and Soil Management and Modelling*, 5(3), 140-155.

doi: 10.22098/mmws.2025.16847.1563

Received: 22 February 2025, Received in revised form: 26 May 2025, Accepted: 30 May 2025, Published online: 23 September 2025.

Water and Soil Management and Modeling, Year 2025, Vol. 5, No. 3, pp. 140-155.

Publisher: University of Mohaghegh Ardabili

© Author(s)





پیش بینی بارش ماهانه با کاربرد مدل سازی سری زمانی و تحلیل طیفی با مدل Fourier

عرفان عبدی^۱، یعقوب دین پژوه^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

^۲ استاد، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده

بارش یکی از اجزای حیاتی چرخه هیدرولوژیکی زمین است که نقشی حیاتی در حفظ اکوسیستم‌ها، تأثیرگذاری بر الگوهای اقلیمی و حمایت از فعالیت‌های انسانی ایفا می‌کند. پیش‌بینی قابل قبول بارش برای مناطق شهری بسیار مهم است، جایی که پیامد الگوهای اقلیمی به‌طور قابل توجهی بر جنبه‌های مختلف زندگی، از جمله زیرساخت‌ها، کشاورزی و مدیریت بلایا تأثیر می‌گذارد. با توجه به اهمیت پیش‌بینی بارش، در این پژوهش با توسعه یک سیستم به‌منظور ارزیابی روند بارش و پیش‌بینی آن برای آینده، از دو مدل سری زمانی و تلفیق آن‌ها با داده‌های تاریخی استفاده شد. به‌منظور تحلیل صحت سیستم ایجاد شده، از داده‌های بارش سه شهر با اقلیم‌های متفاوت تبریز، آمل و یزد استفاده شد. داده‌های تاریخی ۲۴ سال (۱۳۷۸ تا ۱۴۰۲) جمع‌آوری و مدل سازی با دو روش فوریه (Fourier) و سری زمانی خودهمبسته (Autoregressive) در مقیاس ماهانه انجام شد. داده‌ها به دو بخش آموزش (۷۰ درصد) و صحت سنجی (۳۰ درصد) تقسیم بندی شده و روند بارش برای پنج سال آینده پیش‌بینی شد. مقایسه عملکرد دو مدل با استفاده از چهار معیار میانگین مربعات خطا (RMSE)، ضریب همبستگی (r)، ضریب نش ساتکلیف (NSE) و ضریب ویلموت (WI) ارزیابی شد. نتایج نشان داد مدل Fourier به‌طور میانگین با خطای ۱/۲۱ سانتی متر، ضریب همبستگی ۰/۸۷، ضریب نش ساتکلیف ۰/۷۴ و ضریب ویلموت ۰/۹۱ عملکرد و صحت بالایی نسبت به مدل خود همبسته دارد. پیش‌بینی‌های انجام شده با مدل Fourier نسبت به مدل Autoregressive از قابلیت اطمینان بالایی برخوردار بود. با توجه به عملکرد مدل Fourier بر روی سه شهر با اقلیم‌های متفاوت، می‌توان این مدل را برای دیگر ایستگاه‌های کشور مورد استفاده قرار داده تا تصمیم‌های آگاهانه‌ای در مدیریت منابع آب اتخاذ شود.

واژه‌های کلیدی: توزیع احتمال، مدیریت منابع آب، نواحی اقلیمی ایران، عوامل طبیعی

نوع مقاله: پژوهشی

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: dinpazhoh@tabrizu.ac.ir

استناد: عبدی، عرفان، و دین پژوه، یعقوب (۱۴۰۴). پیش‌بینی بارش ماهانه با کاربرد مدل سازی سری زمانی و تحلیل طیفی با مدل Fourier. مدل سازی و مدیریت آب و خاک، ۵(۳)، ۱۴۰-۱۵۵.

doi: 10.22098/mmws.2025.16847.1563

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۰۴، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۳/۰۵، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۰۹، تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۷/۰۱

مدل سازی و مدیریت آب و خاک، سال ۱۴۰۴، دوره ۵، شماره ۳، صفحه ۱۴۰ تا ۱۵۵.

ناشر: دانشگاه محقق اردبیلی

© نویسندگان



۱- مقدمه

درک و مدیریت الگوهای بارش برای توسعه پایدار، آمادگی در برابر بلایا و سازگاری با تغییرات اقلیمی ضروری است. همچنین، درک اهمیت آن برای جنبه‌های مختلف محیط زیستی، کشاورزی و هیدرولوژیکی ضروری است. کشاورزی برای رشد محصول به شدت به بارش متکی است. بارندگی کافی تضمین می‌کند که خاک حاصل خیز و مولد باقی می‌ماند. در مقابل، بارندگی نامنظم یا ناکافی می‌تواند منجر به کاهش عملکرد محصول و افزایش آسیب پذیری در برابر آفات و بیماری‌ها شود (Espenholt et al., 2022). بارش پیش‌بینی شده برای بخش‌های مختلف از جمله مدیریت بلایا و برنامه‌ریزی شهری حیاتی است. پیش‌بینی‌های قابل قبول افراد و سازمان‌ها را قادر می‌سازد تا تصمیمات آگاهانه‌ای اتخاذ کنند که می‌تواند خطرات را کاهش داده و بهره‌وری را افزایش دهد. بارش پیش‌بینی شده با اطلاع رسانی به کشاورزان در مورد شرایط اقلیمی آتی نقش مهمی در کشاورزی ایفا می‌کند. این داده‌ها به آن‌ها اجازه می‌دهد تا برنامه‌های کاشت و برداشت را به‌طور مؤثر برنامه‌ریزی کرده و از عملکرد بهینه محصول اطمینان حاصل کنند (Foufoula-Georgiou et al., 2020). از طرفی با افزایش تنوع آب و هوا، پیش‌بینی‌های پیشرفته بارش به کشاورزان کمک می‌کند تا از عدم قطعیت‌های مربوط به فصل‌های موسمی یا خشکسالی عبور کنند و در نهایت امنیت غذایی را حفظ کنند. در مناطق شهری، بارش پیش‌بینی شده برای توسعه و نگهداری زیرساخت‌ها حیاتی است. همچنین پیش‌بینی‌های قابل قبول به برنامه‌ریزان شهری کمک می‌کند تا سیستم‌های زهکشی را طراحی کنند که بتواند بارندگی‌های مورد انتظار را مدیریت کند و خطر سیل در مناطق پرجمعیت را کاهش دهد. پیش‌بینی روند بارش برای بخش‌های مختلف، به‌ویژه کشاورزی، مدیریت بلایا و پایداری محیط زیست بسیار مهم است. همچنین، می‌تواند به‌طور قابل توجهی بر فرآیندهای تصمیم‌گیری تأثیر بگذارد، امنیت غذایی را افزایش دهد و اثرات رویدادهای شدید اقلیمی را کاهش دهد.

مدل‌های سری زمانی ابزارهای آماری هستند که برای تحلیل و پیش‌بینی نقاط داده جمع‌آوری شده در طول زمان استفاده می‌شوند. از انواع مدل‌های رایج می‌توان به مدل‌های خودهمبسته (AR)، میانگین متحرک^۱ (MA) و مدل‌های میانگین متحرک یکپارچه خود همبسته^۲ (ARIMA) اشاره کرد. این مدل‌ها از ترتیب زمانی مشاهدات استفاده می‌کنند و به تحلیل گران اجازه می‌دهند الگوها، روندها و تغییرات فصلی را شناسایی و پیش‌بینی‌های آینده را ارائه کنند (Parviz and Ghorbanpour, 2024). سری زمانی مجموعه‌ای از نقاط داده است که در فواصل زمانی ثابت (به‌عنوان

مثال روزانه، ماهانه، سالانه) ثبت می‌شوند. برخلاف داده‌های مقطعی، داده‌های سری زمانی دارای نظم زمانی طبیعی هستند که برای تحلیل و پیش‌بینی ضروری است. از طرفی، تجزیه و تحلیل پدیده‌های دوره‌ای از طریق داده‌های زمانی بینش‌های ارزشمندی را در رشته‌های مختلف ارائه می‌دهد. با استفاده از فنون مختلف مانند تحلیل Fourier، تبدیل موجک (Wavelet transform) و تحلیل هارمونیک (Harmonic analysis) می‌توان به‌طور مؤثر الگوهای زیربنایی در رفتار دوره‌ای را ثبت کرد و درک و پیش‌بینی بهتر این پدیده‌ها را تسهیل کرد (Yan et al., 2024). مطالعات زیادی به‌منظور پیش‌بینی سری‌های زمانی متغیرهای هیدرولوژیکی و اقلیمی صورت گرفته است (Dinpashoh et al., 2015; Fathian et al. 2016a; 2016b; 2019a; 2019b).

در مطالعه‌ای که توسط Ghodousi et al. (2014) انجام شد، با استفاده از دو روش Autoregressive و Fourier روند تغییرات دو پارامتر دما و بارش را برای حوضه آبریز آجی‌چای در آذربایجان شرقی ارزیابی شد. تبدیل Fourier به شناسایی و تعیین کمیت رفتارهای دوره‌ای کمک می‌کند که ممکن است از طریق روش‌های رگرسیونی مشهود نباشند. این امر منجر به عملکرد پیش‌بینی بهتر، به‌ویژه در مجموعه داده‌های پیچیده می‌شود (Singh et al., 2017). از طرفی، سری Fourier می‌تواند روندهای غیرخطی و رفتارهای چرخه‌ای در داده‌ها را مدل‌سازی کند که در غیر این صورت، ممکن است توسط مدل‌های خطی به اشتباه نمایش داده شوند. این انعطاف‌پذیری هنگام تحلیل چرخه‌های هیدرولوژی یا سایر پدیده‌هایی که الگوهای پیچیده فصلی را نشان می‌دهند مفید است. Javan Samadi et al. (2015) برای پیش‌بینی دمای سطح آب دریای خزر و تعیین پریود زمانی آن از آنالیز Fourier برای ۲۴ ایستگاه و چهار سال (۲۰۰۳-۲۰۰۷) استفاده کردند. بررسی‌های انجام شده آن‌ها نشان داد دمای سطحی دریاچه خزر دارای پریود زمانی ۱۱/۶۰ ماهه بوده و همچنین تحلیل Fourier از پیش‌بینی‌های با صحت بالا برخوردار است. Mah Hashim et al. (2016) با استفاده از سری Fourier دوره‌های مرطوب و میزان بارندگی روزانه را برای ۱۲ ایستگاه حوضه رودخانه کلانتان در مالزی تخمین زدند. همچنین، برای انجام این پژوهش داده‌های روزانه بارندگی را برای سال‌های ۱۹۷۵ الی ۲۰۱۴ مورد بررسی قرار دادند. مدل Fourier با شناسایی دوره‌های مرطوب و میزان بارندگی روزانه با صحت ۹۰ درصد، بهترین برازش را نشان داد. (Banihabib et al. (2020) به‌منظور بهبود پیش‌بینی‌های اوج جریان روزانه سد در ایران، از مدل‌های ترکیبی میانگین متحرک یکپارچه اتورگرسیو (ARIMA) و ترکیب

² Autoregressive Integrated Moving Average¹ Moving average

در این پژوهش، برای ارزیابی روند و پیش‌بینی بارش ماهانه از سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد با اقلیم متفاوت استفاده شد. موقعیت جغرافیایی این سه ایستگاه در شکل ۱ نشان داده شده است. شهر تبریز با مختصات $38^{\circ} 4' 45'' \text{ N}$, $46^{\circ} 17' 19'' \text{ E}$ ، واقع در شمال غربی ایران، دارای آب و هوای سرد نیمه‌خشک است. روش کوپن، اقلیم تبریز را به‌عنوان آب و هوای استپی با زمستان‌های سرد و تابستان‌های گرم مشخص می‌کند (Ghazi and Jeihouni, 2022). میانگین سالانه دمای تبریز معادل $12/6^{\circ}\text{C}$ ، حداکثر دمای مطلق و حداقل دمای مطلق نیز به‌ترتیب معادل 42°C و منهای 25°C درجه سانتی‌گراد گزارش شده است (Dinpashoh and Shafaei, 2018). متوسط بارش سالانه تبریز حدود 283 میلی‌متر، تعداد روزهای برفی آن حدود 32 روز در سال و تعداد روزهای یخبندان به‌طور متوسط 108 روز در سال گزارش شده است (Dinpashoh and Shafaei, 2018). ایستگاه هواشناسی آمل ($36^{\circ} 28' 14'' \text{ N}$, $52^{\circ} 20' 47'' \text{ E}$)، واقع در استان مازندران، دارای آب و هوای مدیترانه‌ای دارای تابستان‌های گرم و زمستان‌های معتدل و مرطوب است. بیش‌ترین میانگین درجه حرارت روزانه هوا در تابستان‌ها 36°C درجه و کم‌ترین آن در زمستان‌ها به $1-$ درجه سانتی‌گراد نزول می‌کند. تعداد روزهای یخبندان آمل به‌طور متوسط حدود 12 روز در سال و میزان متوسط بارش سالانه شهرستان آمل 750 میلی‌متر گزارش شده است (Rahsparmanfard et al., 2019). ایستگاه یزد ($31^{\circ} 53' 50'' \text{ N}$, $54^{\circ} 21' 24'' \text{ E}$)، واقع در مرکز ایران، دارای اقلیم گرم بیابانی است (Soleymanpour et al., 2015). دمای تابستان می‌تواند تا 45°C درجه سانتی‌گراد افزایش یابد، در حالی که زمستان‌ها سرد و گاهی اوقات به $8-$ درجه سانتی‌گراد یا کمتر می‌رسد و چهار روز از سال یخبندان است. یزد دارای بارندگی سالانه بسیار کم، به‌طور متوسط، حدود 50 تا 60 میلی‌متر است (Soleymanpour et al., 2015).

آن با سری Fourier (FSF-ARIMA) و شبکه عصبی مصنوعی بازگشتی^۱ (RANN) استفاده کردند. مدل ترکیبی پیشنهادی با ترکیب سری Fourier، پیش‌بینی جریان ورودی مخزن را تا صحت 81 درصد افزایش داد. (Asmat et al. (2021) با برازش سری Fourier بر روی داده‌های بارندگی روزانه توانستند الگوهای بارندگی را توصیف و خشک‌ترین و مرطوب‌ترین آن را در دوره آماری شناسایی کنند. آن‌ها برای انجام این پژوهش از داده‌های 17 ساله برای چهار ایستگاه در مالزی استفاده کردند. نتایج ایشان نشان داد با استفاده از این مدل می‌توان دوره‌ها را با صحت بالا و قابلیت اطمینان کافی برای مناطق مختلف تعیین کرد. همچنین پژوهش‌های زیادی در زمینه‌های مختلف (از جمله هیدرولوژی و هیدرولیک) با استفاده از سری‌های Fourier انجام شده است که در این مورد می‌توان به کارهای (Mirzaei et al. (2004، Mazarei Behbahani and Jafarzadeh و Azaram (2016) اشاره کرد. با توجه به پژوهش‌های انجام شده، تحلیل و پیش‌بینی طیفی بارش ماهانه با سری Fourier برای ایستگاه‌هایی با اقلیم متفاوت در ایران انجام نشده است.

هدف از این پژوهش، بسط سامانه یکپارچه به‌منظور بررسی و ارزیابی روند بارش و میزان تغییرات آن در دوره آماری 24 سال و استفاده از آن برای پیش‌بینی بارش در 5 سال آینده است. به این منظور از داده‌های بارندگی سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد که اقلیم متفاوتی دارند، استفاده شد. از طرفی، برای ارزیابی سری‌های زمانی و عملیات پیش‌بینی، از دو مدل سری Fourier و Autoregressive استفاده و سپس نتایج به‌دست آمده با معیارهای ارزیابی عملکرد و نمودارهای گرافیکی تجزیه و تحلیل شد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- منطقه مورد مطالعه

¹ Recurrent Artificial Neural Network



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی ایستگاه‌های هواشناسی مورد مطالعه
Figure 1. Geographical location of the studied meteorological stations

۲-۲- شرح داده‌ها

پیش‌پردازش داده‌ها برای تهیه اطلاعات داده‌ها برای مدل‌سازی و پیش‌بینی ضروری است. این فرآیند شامل فناوری‌هایی برای بهبود کیفیت داده‌ها و مناسب بودن برای تجزیه و تحلیل است. مراحل اصلی پیش‌پردازش داده‌ها شامل پاکسازی، تبدیل و کاهش داده‌ها است (García-Feal et al., 2022). پیش‌پردازش مناسب داده‌ها صحت مدل را افزایش می‌دهد، زمان آموزش را کوتاه می‌کند و نتایج پیش‌بینی را بهبود می‌بخشد. بدون پیش‌پردازش کافی، حتی مدل‌های پیشرفته ممکن است نتایج نادرستی، به دلیل داده‌های ورودی با کیفیت پایین، ایجاد کنند. تکمیل داده‌های از دست رفته شامل چندین استراتژی است که هرکدام مزایا و معایب خاص خود را دارند. روش‌های متداول شامل حذف کردن کلی و روش دیگر درون‌یابی داده‌ها است، که متداول‌ترین آن‌ها پر کردن با میانگین و یا استفاده از مدل‌های رگرسیون است (Hasanpour Kashani and Dinpashoh, 2012).

در این مطالعه، سری زمانی بارندگی در مقیاس ماهانه سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد طی ۲۴ سال (۱۳۷۸ تا ۱۴۰۲) از منبع داده‌های نرم‌افزار Mathematica اخذ شد (Wolfram Language, 2008). ابتدا داده‌ها مورد بررسی قرار گرفته و با به‌کارگیری آزمون داده‌های پرت، داده‌هایی که تفاوت قابل‌توجهی داشتند حذف و داده‌هایی که اندازه‌گیری نشده بودند با روش درون‌یابی تکمیل

شدند. بعد از این که داده‌ها تکمیل و ارزیابی شد، سری موردنظر به دو قسمت آموزش و آزمون تقسیم‌بندی شد. با توجه به این که بررسی رویدادهای اخیر اقلیمی موردنظر می‌باشد و همچنین، به‌طور معمول نسبت این تقسیم‌بندی در زمینه‌های هیدرولوژی و هیدرولیکی، ۷۰ به ۳۰ گزارش شده است (Cardenas et al., 2019). برای این منظور، ۷۰ درصد داده‌ها (۱۳۷۸-۱۳۹۴) به آموزش و ۳۰ درصد (۱۳۹۵-۱۴۰۲) آن به آزمون اختصاص یافت. سپس به‌منظور پیش‌بینی بارش ماهانه از دو مدل Fourier و Autoregressive که بر پایه سری زمانی هستند، استفاده شد. تمامی مراحل انجام مدل‌سازی و پیش‌بینی بارش در نرم‌افزار Mathematica 13.3 اجرا شد.

۲-۳- سری Fourier

مفهوم این سری اول بار توسط جوزف فوریه در اوایل قرن نوزدهم، به‌عنوان بخشی از کار او در مورد هدایت گرما، ارائه شد. سری Fourier نمایش ریاضی تابع تناوبی به‌عنوان مجموع نامتناهی از توابع سینوسی و کسینوسی است. این مفهوم در زمینه‌های مختلف مانند پردازش سیگنال، فیزیک و مهندسی اساسی است و به سیگنال‌های دوره‌ای پیچیده امکان تجزیه و تحلیل را می‌دهد (Li, 1996). در واقع با استفاده از این سری می‌توان یک تابع متناوب پیچیده را به‌صورت حاصل جمع چندین تابع نوسانی بیان کرد.

حاصل شد. با گنجاندن سری Fourier در مدل‌های سری زمانی، تحلیل‌گران می‌توانند صحت پیش‌بینی‌ها را به‌میزان قابل‌توجهی افزایش دهند.

۲-۴- مدل Autoregressive

مدل‌های Autoregressive یک مفهوم اساسی در تحلیل سری‌های زمانی هستند که به‌طور گسترده برای پیش‌بینی و درک الگوهای داده‌های زمانی استفاده می‌شوند. این مدل‌ها براساس این اصل عمل می‌کنند که مقدار فعلی یک سری زمانی را می‌توان به‌صورت ترکیب خطی از مقادیر گذشته آن همراه با یک خطای تصادفی بیان کرد (Salas et al., 1985). یک مدل Autoregressive از مرتبه p که به $AR(p)$ مشخص می‌شود و براساس رابطه ۶ محاسبه شده است (Salahi and Maleki, 2015).

$$y_t = C + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (۶)$$

که در آن، y_t مقدار پارامتر مورد نظر در زمان t ، C یک ثابت، ϕ_p ضرایب مدل و ε_t مقدار خطای مدل در زمان t است.

مدل‌های Autoregressive به‌طور گسترده در زمینه‌های مختلف، از جمله هیدرولوژی، اقتصاد، و علوم آب و هواشناسی استفاده می‌شوند. آن‌ها به تحلیل‌گران کمک می‌کنند تا ارزش‌های آینده را براساس داده‌های تاریخی پیش‌بینی و آن‌ها را برای فرآیندهای تصمیم‌گیری در این حوضه‌ها ضروری می‌کند (Kaur et al., 2023). مدل‌های Autoregressive نسبتاً ساده هستند و برای پیش‌بینی نتایج آینده به‌مقادیر گذشته وابسته‌اند. ضرایب به‌دست آمده از این مدل‌ها دارای تفاسیر روشنی هستند که نشان‌دهنده قدرت و جهت روابط بین ارزش‌های گذشته و آینده است. این مدل‌ها می‌توانند از نظر محاسباتی کارآمد باشند، به‌ویژه برای پیش‌بینی کوتاه مدت که در آن گرفتن الگوهای زمانی فوری حیاتی است.

۲-۵- پیش‌بینی بارش ماهانه

این مطالعه، سعی دارد با استفاده از مدل‌های سری زمانی Fourier و Autoregressive، بارش ماهانه را به‌مدت پنج سال پیش‌بینی کند. با توجه به این که بارش یک رویداد تصادفی به‌حساب می‌آید و ممکن است از دوره زمانی خاصی پیروی نکرده و پیش‌بینی‌هایی با قابل‌اعتماد کم‌تر ارائه دهد. از طرفی، مدل Fourier بر این فرض استوار است که داده‌های سری زمانی ثابت و خطی هستند. با این حال، داده‌های بارش ذاتاً تصادفی هستند و می‌توانند رفتارهای پیچیده و غیرخطی را به‌دلیل عوامل مختلف آب و هوایی از خود نشان دهند. این اختلاف می‌تواند منجر به پیش‌بینی‌های نادرست شود، زیرا مدل ممکن است به‌اندازه کافی تغییرات یا روندهای

سری‌های Fourier تحت شرایط خاصی به تابع اصلی همگرا می‌شوند. توابع با رفتار خوب، به‌ویژه آن‌هایی که پیوسته و صاف هستند، سری Fourier دارند که به مقادیر اصلی خود همگرا می‌شوند. با این حال، برای توابع با ناپیوستگی، این سری ممکن است به میانگین حدهای چپ و راست در آن نقاط همگرا شود. مدل اصلی سری Fourier بر اساس رابطه ۱ محاسبه شده است (Arfken, 1985):

$$f(x) = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j \cos(\omega_j t) + \beta_j \sin(\omega_j t) \quad (۱)$$

در این رابطه، $f(x)$ تابعی است که از ترکیب توابع سینوسی و کسینوسی تشکیل می‌شود. ω سرعت هارمونیک با دوره زمانی T ، و a_0 ، a_j و β_j ضرایب سری فوریه هستند. j شمارنده فرکانس هارمونیک و n تعداد دوره است. مقدار مطلوب n به عوامل متعددی از جمله پیچیدگی سیگنال، صحت مطلوب و ماهیت تناوب موجود در داده‌ها بستگی دارد، به‌طور معمول n برابر با نصف طول دوره زمانی آماری مورد استفاده در مدل در نظر گرفته می‌شود (Pollock et al., 1999). بنابراین، در مطالعه حاضر $n = \frac{N}{2}$ در نظر گرفته شد که در آن N تعداد مشاهدات است. پارامتر سرعت هارمونیک بر اساس رابطه ۲ به‌دست آمد.

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{T} \quad (۲)$$

اگر سری زمانی رفتار تناوبی پیچیده‌ای از خود نشان دهد یا دارای انتقال‌های شدید باشد، ممکن است لازم باشد دوره‌های بیش‌تری برای ثبت قابل‌قبول این ویژگی‌ها وارد شود. تعداد دوره‌های بالاتر می‌توانند جزئیات دقیق‌تری را در شکل موج نشان دهند (Wirsing, 2020). محاسبه سری Fourier شامل تعریف تابع، محاسبه ضرایب آن از طریق ادغام، و ساخت سری براساس این ضرایب است. در مرحله اول، تابع هدف و دوره آن تعیین و سپس ضرایب مدل به‌دست می‌آید. برای بسیاری از کاربردها، به‌ویژه در مهندسی و هیدرولوژی، توابع اغلب در بازه‌های زمانی روزانه، ماهانه و سالانه تعریف می‌شوند (Zhan et al., 2021). در مطالعه حاضر، ضرایب a_0 ، a_j و β_j از رابطه‌های ۳ تا ۵ به‌دست آمدند.

(Arfken, 1985):

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t) \quad (۳)$$

$$a_j = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y(t) \cos(\omega_j t) \quad (۴)$$

$$\beta_j = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y(t) \sin(\omega_j t) \quad (۵)$$

که در آن، $y(t)$ مشاهدات سری زمانی در دوره تاریخی است. بعد از تعیین ضرایب، با جایگذاری آن‌ها در رابطه ۱ سری Fourier

جایگذاری در رابطه ۷، تخمین‌های به‌دست آمده با واقعیت همخوانی داشته و قابلیت اطمینان بالایی خواهند داشت.

۲-۶- روش اعتبارسنجی

به‌منظور ارزیابی و اعتبارسنجی دو مدل سری Fourier و Autoregressive برای پیش‌بینی بارش ماهانه، از چهار معیار ارزیابی عملکرد مدل شامل ریشه میانگین مربعات خطا^۱ (RMSE)، ضریب همبستگی (r)، ضریب نش‌ساختکلیف (NSE) و ضریب ویلموت (WI) استفاده شد. معیار RMSE یک محک آماری پرکاربرد است که تفاوت بین مقادیر تولید شده توسط یک مدل و مقادیر واقعی مشاهده شده را محاسبه می‌کند، که در رابطه ۱۰ محاسبه شده است. یک مدل خوب دارای RMSE صفر خواهد بود که نشان‌دهنده عدم تفاوت بین مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی است (Hodson, 2022). ضریب همبستگی (r)، یک معیار آماری است که قدرت و ارتباط خطی بین دو متغیر را به‌طور کمی بیان می‌کند، از ۱- تا ۱ متغیر است که عدد یک نشان‌دهنده همبستگی خطی مثبت کامل، ۱- نشان‌دهنده همبستگی خطی منفی کامل و صفر نشان‌دهنده عدم همبستگی خطی است (Ratner, 2009). از رابطه ۱۱ می‌توان ضریب همبستگی را محاسبه کرد. معیار نش‌ساختکلیف که از رابطه ۱۲ می‌آید، یک معیار آماری پرکاربرد در هیدرولوژی و مدل‌سازی محیطی است که صحت پیش‌بینی مدل‌ها را با مقایسه داده‌های شبیه‌سازی شده با داده‌های مشاهده شده ارزیابی می‌کند. به‌عنوان مثال $NSE = 1$ نشان‌دهنده تطابق کامل بین داده‌های مدل شده و مشاهده شده است، $NSE = 0$ نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های مدل به‌اندازه کمی قابل قبول هستند و $NSE < 0$ نشان می‌دهد که مدل مناسب نبوده و نشان‌دهنده صحت پیش‌بینی ضعیف است (McCuen et al., 2006). شاخص Wilmott که با نام شاخص توافق (d) نیز شناخته می‌شود، یک معیار آماری است که برای ارزیابی صحت پیش‌بینی‌های مدل در برابر داده‌های مشاهده شده استفاده می‌شود. $WI = 1$ نشان‌دهنده صحت بالا بین مقادیر پیش‌بینی شده و مشاهده شده، $WI = 0$ خطای قابل توجه بین مقادیر پیش‌بینی و محاسباتی و $WI < 0$ نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های مدل قابل قبول نبوده و خیلی ضعیف است (Cinkus et al., 2023). در رابطه ۱۳ نیز فرمول محاسبه شاخص Wilmott ارائه شده است.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})(P_i - \bar{P})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}} \quad (10)$$

ناگهانی در الگوهای بارش را نشان ندهد. از این رو، برای حل این مسئله و افزایش صحت از توزیع احتمال در پیش‌بینی‌ها استفاده شد. تابع توزیع احتمال یک تابع ریاضی است که احتمال نتایج متفاوت را در یک آزمایش تصادفی توصیف می‌کند (Liang et al., 2012). این یک نمای کلی جامع از نحوه تخصیص احتمالات به رویدادهای احتمالی مختلف ارائه می‌دهد، بنابراین، امکان مدل‌سازی و تجزیه و تحلیل پدیده‌های تصادفی را میسر می‌سازد (Lima et al., 2021; Bouttier and Marchal, 2024). رابطه ۷ تابع ادغام توزیع احتمال با پیش‌بینی‌ها را در یک میدان محدود نشان می‌دهد. رابطه ۸ و ۹ به ترتیب واریانس و توزیع احتمال را محاسبه می‌کند.

$$P_{(t)} = \sum_{i=1}^N MC_i + (Z_p \times \sqrt{Var_{\varepsilon}}) \quad (7)$$

$$Var_{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 \quad (8)$$

$$Z_p = \frac{p^{0.135} - (1-p)^{0.135}}{0.1975} \quad (9)$$

که در آن، $P_{(t)}$ مقادیر پیش‌بینی شده، MC مقادیر محاسبه شده توسط مدل، Z_p توزیع احتمال، p مقدار احتمال کم‌تری بین $10^{-7} < p < 0.5$ ، مقدار خطای محاسبه شده بین مقادیر واقعی در شماره i ام و مقادیر نظیر محاسبه شده توسط مدل و N تعداد داده‌های مورد نظر است. از طرفی، برای $0.5 < p$ مقدار Z_p محاسبه و نتیجه به عدد "منهای یک" ضرب می‌شود.

با توجه به پیش‌بینی‌های بارش به‌صورت ماهانه، دوره زمانی در روش Fourier به‌صورت دوازده ماهه ($T=2$) در نظر گرفته و سرعت هارمونیک از رابطه ۲ محاسبه شد. سپس با محاسبه ضرایب مربوط و جایگذاری در رابطه ۱، تخمین‌ها برای بارش با استفاده از روش Fourier به‌دست می‌آید. از این رو، به‌منظور افزایش صحت و برآزش با قابلیت اطمینان بالا، نوع تابع Fourier ترکیبی از توابع سینوسی و کسینوسی انتخاب شد. از طرفی، به‌منظور تعیین مقدار مناسب برای پارامتر P در روش Autoregressive از روش سعی و خطا استفاده شد. از این رو از مقادیر کم شروع و با ارزیابی صحت و میزان خطا بهترین حالت برای پارامتر p در سه شهر مورد مطالعه تعیین شد. با توجه به نتایج غیرقابل قبول مقادیر کم‌تر، این پارامتر برای شهر تبریز AR(59)، آمل AR(79) و یزد AR(28) در نظر گرفته شد. به‌منظور در نظر گرفتن تصادفی بودن وقوع بارش، تابع توزیع احتمال با روش‌های اصلی تلفیق شد. به‌این‌صورت که با در نظر گرفتن یک مقدار تصادفی و محاسبه رابطه ۹ و سپس واریانس مربوط به مقادیر تخمین زده شده با مقادیر مشاهداتی و در نهایت،

¹ Root Mean Squared Error

Statistics	Precipitation (cm)		
	Tabriz	Amol	Yazd
Max	17.16	43.75	11.28
Mean	2.01	5.50	0.47
Min	0.00	0.00	0.00
Median	1.39	4.32	0.05
Zero Nu	24.00	4.00	124.00
Total	578.68	1584.12	135.75

جدول ۲ معیارهای ارزیابی عملکرد دو مدل Fourier و Autoregressive را در سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، می‌توان به عملکرد بالای مدل Fourier پی‌برد. مدل Fourier با حداکثر و حداقل خطای (۰/۶۱ و ۲/۲۹)، ضریب همبستگی (۰/۸۲ و ۰/۹۳)، ضریب نش‌ساتکلیف (۰/۶۴ و ۰/۸۶) و ضریب ویلموت (۰/۸۷ و ۰/۹۶) در هر سه ایستگاه از صحت بالا و خطای پایین برخوردار می‌باشد. از طرفی، مدل Autoregressive با حداکثر و حداقل خطای (۰/۷۶ و ۳/۶۴)، ضریب همبستگی (۰/۴۳ و ۰/۶۹)، ضریب نش‌ساتکلیف (۰/۱۵ و ۰/۴۵) و ضریب ویلموت (۰/۴۱ و ۰/۷۲) عملکرد ضعیفی نسبت به مدل Fourier داشته و از صحت کافی برای پیش‌بینی بارش ماهانه برخوردار نمی‌باشد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2} \quad (11)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (12)$$

$$WI = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|P_i - \bar{P}| + |O_i - \bar{O}|)^2} \quad (13)$$

در روابط ۱۰ تا ۱۳، پارامترهای P_i و O_i به ترتیب، مقادیر پیش‌بینی و مشاهداتی، $\bar{P}$ و $\bar{O}$ میانگین آن‌ها، و n عدد داده‌های موردنظر است.

۳- نتایج و بحث

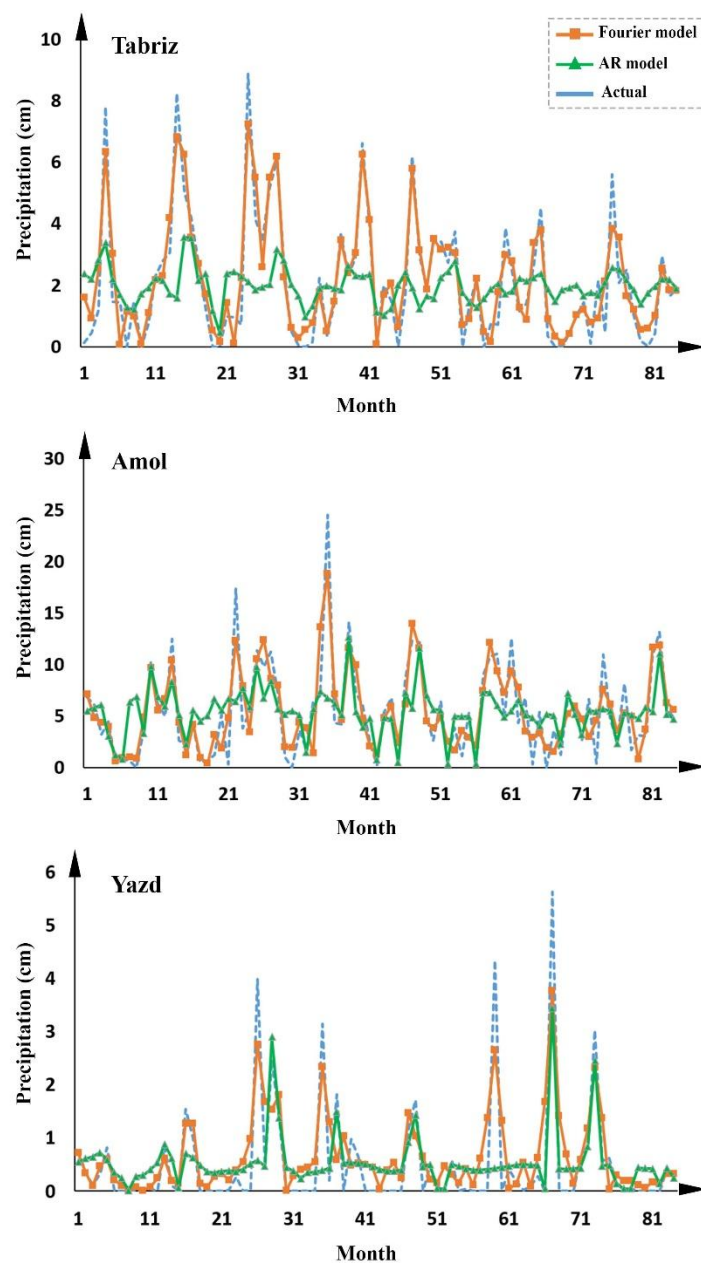
جدول ۱ مشخصات آماری بارش را برای سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف مشخصات آماری به‌دست آمده به تفاوت اقلیمی سه شهر، مربوط است که البته قابل‌توجهی بوده و باعث شده که کارایی مدل‌ها به چالش کشیده شود.

جدول ۱- مشخصات آماری بارش‌های ماهانه در سه ایستگاه منتخب
Table 1. Statistical characteristics of monthly precipitation at the three selected stations

جدول ۲- معیارهای ارزیابی عملکرد مدل‌های مورد مطالعه در سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد Table 2. Performance evaluation criteria of the studied models at the three stations, namely Tabriz, Amol, and Yazd												
Model	Tabriz				Amol				Yazd			
	R	RMSE (cm)	NSE	WI	R	RMSE (cm)	NSE	WI	R	RMSE (cm)	NSE	WI
Fourier	0.93	0.75	0.86	0.96	0.86	2.29	0.73	0.91	0.82	0.61	0.64	0.87
AR	0.43	1.86	0.15	0.41	0.58	3.64	0.33	0.65	0.69	0.76	0.45	0.72

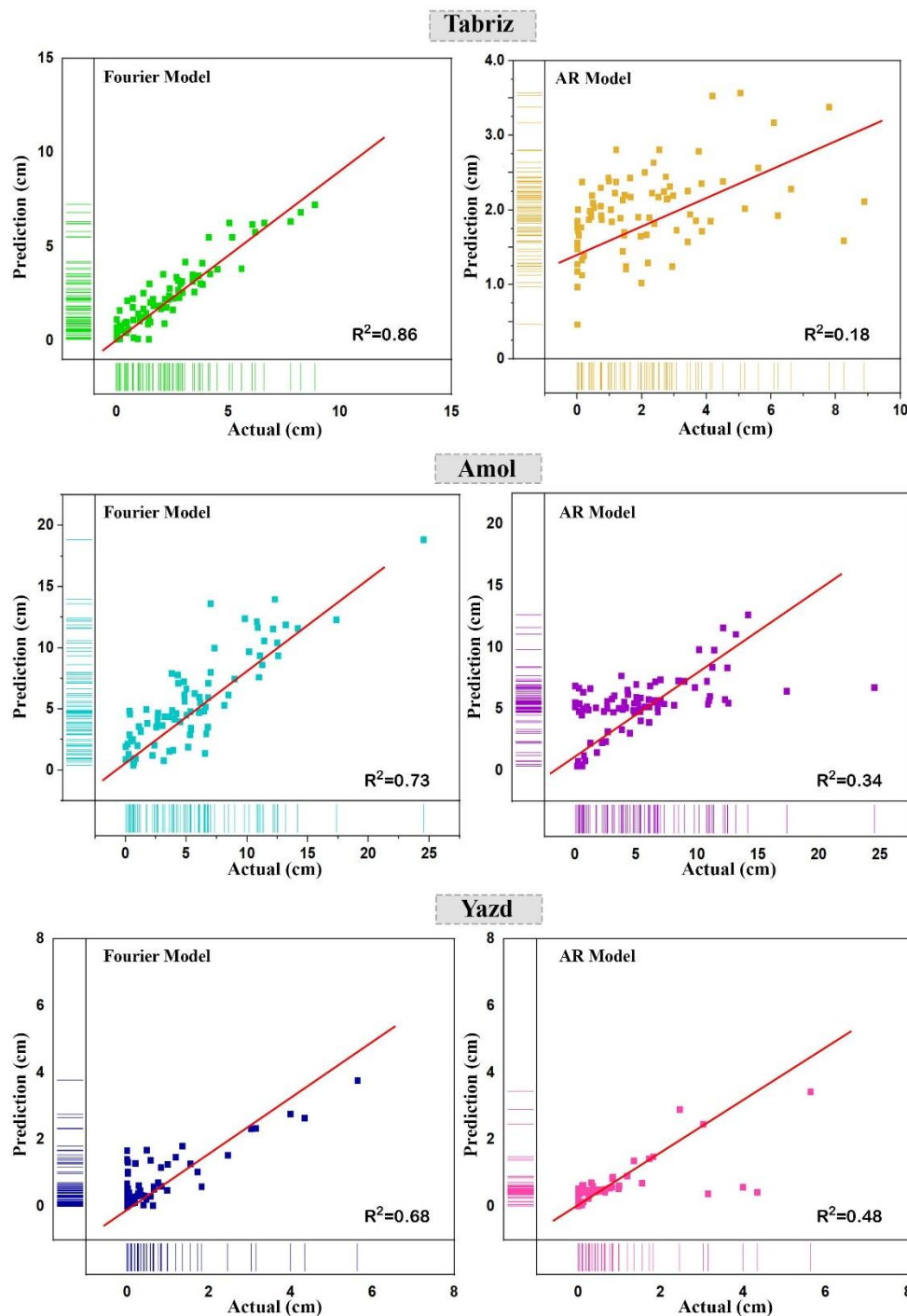
ماهانه تبریز برابر با ۰/۸۶، آمل ۰/۷۳ و یزد برابر با ۰/۶۸ می‌باشد. در حالی‌که، برای مدل Autoregressive برای تبریز برابر با ۰/۱۸، آمل ۰/۳۴ و یزد ۰/۴۸ می‌باشد. این نتایج نشان می‌دهد که مدل Fourier تغییرات روند بارش را بهتر از مدل Autoregressive شناسایی کرده و پیش‌بینی‌های قابل‌اعتمادتری را ارائه داده است. از طرفی، علت تفاوت زیاد مقادیر تخمین زده شده با دو مدل Fourier و Autoregressive می‌تواند به قدرت مدل Fourier در ثبت تناوب و استحکام در برابر نویز باشد که احتمالاً آن را برای داده‌های بارندگی تبریز در مقایسه با مدل Autoregressive مناسب‌تر کرده است، که ممکن است به دلیل تمرکز بر وابستگی‌های کوتاه‌مدت و حساسیت به بی‌نظمی‌ها محدود شده باشد.

با توجه به نمودارهای سری زمانی موجود در شکل ۲ و روند بارش در سه شهر تبریز، آمل و یزد که با دو مدل Fourier و Autoregressive پیش‌بینی شده است، می‌توان عملکرد دو مدل را به صورت بصری ارزیابی کرد. نمودار مربوط به مدل Fourier در هر سه ایستگاه تقریباً روندی مشابه مقادیر واقعی داشته و از اختلاف کمتری برخوردار است. ولی در برخی نقاط، برازش‌های کم مشاهده می‌شود. از طرفی، نمودار مدل Autoregressive اختلاف زیادی با مقادیر واقعی داشته و در اکثر نقاط دچار برازش کم شده است. شکل ۳ نمودار پراکنش مقادیر پیش‌بینی شده با واقعی را برای دو مدل Fourier و Autoregressive نشان می‌دهد. با ملاحظه نمودارهای پراکنش مدل Fourier و AR، نمودارهای پراکنش مدل Fourier از پراکندگی کمتری برخوردار می‌باشند. از این رو، ضریب تعیین برای مدل Fourier در پیش‌بینی بارش



شکل ۲- نمودار سری زمانی بارش ماهانه دو مدل Autoregressive و Fourier در سه ایستگاه منتخب (مرحله آزمون)

Figure 2. Monthly precipitation time series diagram of the Fourier and Autoregressive models at the three selected stations (test stage)

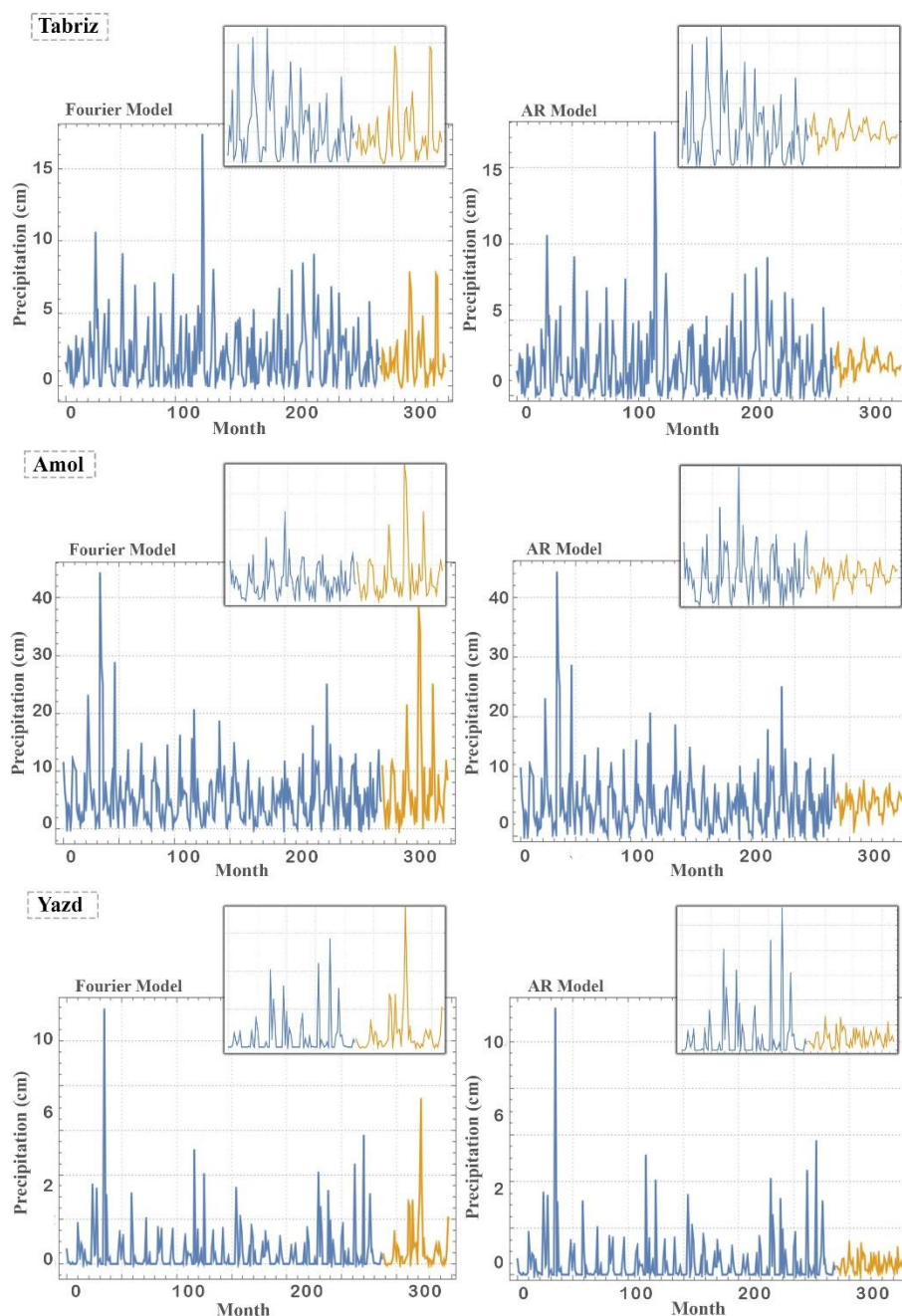


شکل ۳- نمودار پراکنش دو مدل Autoregressive و Fourier در سه ایستگاه منتخب (مرحله آزمون)

Figure 3- Scatter diagram of the Fourier and Autoregressive models at the three selected stations (test stage)

Fourier تغییرات طبیعی‌تری نسبت به مدل Autoregressive دارد، ولی برعکس مدل Autoregressive از نوسانات کم‌تری برخوردار بوده و تغییراتی نزدیک به خط صاف دارد.

شکل ۴ نمودار مقادیر پیش‌بینی شده برای بارش ماهانه سه ایستگاه تبریز، آمل و یزد با دو مدل Fourier و Autoregressive به مدت پنج سال (۶۰ ماه) را نشان می‌دهد. به‌طوری‌که از این شکل می‌توان استنباط کرد، روندهای پیش‌بینی شده توسط مدل



شکل ۴- سری زمانی مقادیر بارش ماهانه پیش‌بینی شده با دو مدل Fourier و Autoregressive در سه ایستگاه مورد مطالعه در دوره صحت‌سنجی (۱۴۰۲-۱۴۰۷)

Figure 4. Time series of monthly rainfall values predicted by the Fourier and autoregressive models at the three studied stations during the validation period (2023-2028)

تحلیل و پیش‌بینی الگوهای بارندگی، نقش به‌سزایی در پیش‌بینی بارش دارد. سری‌های Fourier توابع تناوبی پیچیده را به مجموع توابع سینوسی و کسینوسی ساده تر تجزیه می‌کنند. این به‌ویژه در هواشناسی مفید است، جایی که داده‌های بارش اغلب الگوهای دوره‌ای را نشان می‌دهند که می‌توانند به‌طور مؤثر با استفاده از سری فوریه مدل شوند. مدل Fourier با مجموعه داده‌های بلندمدت که امکان تجزیه طیفی قابل‌قبول را فراهم می‌کند، عملکرد بهینه‌ای دارد. اگر داده‌های بارندگی برای منطقه مورد نظر

داده‌های بارش اغلب ویژگی‌های غیرخطی و غیرثابت را نشان می‌دهند که می‌تواند فرضیات مدل‌های Autoregressive را به چالش بکشد. این مدل‌ها، معمولاً بر این فرض تکیه می‌کنند که روابط بین متغیرها در طول زمان ثابت می‌ماند. با این حال، تغییرات در الگوهای اقلیمی و رویدادهای شدید آب و هوایی می‌تواند منجر به نوسانات قابل‌توجهی شود که مدل‌های Autoregressive ممکن است به‌طور مؤثر آن را ثبت نکنند (Wang and Yuan, 2017). از طرفی، سری Fourier با ارائه چارچوبی ریاضی برای

کوانتوونگ چین برای سال‌های ۲۰۱۶ و ۲۰۱۷ را مورد بررسی قرار دادند. از طرفی، ارزیابی‌های انجام گرفته روی مدل واسنجی شده با سری Fourier، همبستگی بالایی را بین بارش (و تبخیر-تعرق) با سطح آب نشان داده و سطح آب را با خطای کم‌تری برآورد کرد. به‌طور کلی، مدل Fourier نسبت به نویز تصادفی در داده‌ها حساسیت کم‌تری دارد، زیرا بر روی اجزای فرکانس غالب تمرکز دارد. این باعث می‌شود که مدل در مواردی که داده‌های بارندگی شامل بی‌نظمی یا خطاهای اندازه‌گیری باشد، قوی‌تر عمل کند.

۴- نتیجه‌گیری

پیش‌بینی میزان بارش برای بخش‌های مختلف از جمله کشاورزی، مدیریت بلایای طبیعی و سازگاری با اقلیم حیاتی است. پیش‌بینی‌های قابل قبول می‌تواند به‌طور قابل توجهی بر امنیت آبی، امنیت غذایی، برنامه‌ریزی زیرساخت‌ها و حفظ محیط زیست تأثیر بگذارد. داده‌های کامل و طولانی مدت بر صحت پیش‌بینی‌ها تأثیر به‌سزایی دارد و موجب بهبود عملکرد مدل می‌شود. در این پژوهش، بارش ماهانه سه ایستگاه مهم ایران تبریز، آمل و یزد با استفاده از روش‌های پیشرفته سری زمانی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج به‌دست آمده نشان داد که مدل Fourier با کم‌ترین خطا و بیش‌ترین میزان ضریب همبستگی پیش‌بینی‌های قابل قبول برای بارش سه ایستگاه داشته و از طرفی، پیش‌بینی‌های روند مدل Fourier برای پنج سال از تغییرات قابل قبولی برخوردار بوده و تا حدودی مشابه روند بارش‌های واقعی است. در مدل‌سازی با سری فوریه فرض این است که داده‌ها دوره‌ای هستند (Li, 1996)، در حالی که ممکن است این فرض برای همه الگوهای بارش صادق نباشد. بسیاری از مناطق توزیع نامنظم بارندگی را تجربه می‌کنند که به‌خوبی در مدل‌های دوره‌ای قرار نمی‌گیرد، که منجر به عدم صحت در پیش‌بینی‌ها می‌شود. از این‌رو، ادغام توزیع احتمال با مدل Fourier تا حد ممکن این مشکل را حل نمود و پیش‌بینی‌های قابل اعتماد تری از بارش ایجاد شد.

در حالی که مدل‌های Fourier می‌توانند برای پیش‌بینی کوتاه‌مدت مؤثر باشند، صحت عملکرد آن‌ها در دوره‌های طولانی‌تر کاهش می‌یابد. این محدودیت، به این دلیل به‌وجود می‌آید که مفروضات اساسی و ماهیت دوره‌ای مدل با گسترش افق پیش‌بینی برقرار نیست و پیش‌بینی قابل قبول بارش فراتر از یک بازه زمانی معین را چالش برانگیز می‌کند. هم‌چنین، اثربخشی مدل Fourier نیز به کیفیت و وضوح زمانی داده‌های ورودی بستگی دارد. اگر داده‌ها ناقص باشد یا جزئیات کافی نداشته باشد، می‌تواند توانایی مدل را

یک دوره طولانی با چرخه‌های فصلی ثابت را در بر گیرد، رویکرد Fourier نتایج بهتری را به‌همراه خواهد داشت. از این‌رو، مطالعات گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف با استفاده از مدل‌های Fourier انجام شده است که در آن‌ها صحت و خطا به‌صورت قابل توجهی تغییر کرده است. در مطالعه‌ای، Ghayur and Asakere (2005) با استفاده از سری Fourier، الگوی دمای ماهانه شهر مشهد را با ۱۰۶ داده سالانه (۱۸۹۱-۱۹۹۶) تحلیل کردند. آن‌ها نشان دادند که این روش با ضریب همبستگی بالا (۰/۹۸) و کم‌ترین خطای استاندارد باقی مانده‌ها (۱/۲۲) بهترین عملکرد را در تعیین الگوی دمای ماهانه دارد. (Wu and Woo (1989) به‌منظور تخمین سیل سالانه برای هشت رودخانه از دو مدل کلی پارامتری و غیرپارامتریک استفاده کردند. مدل‌های پارامتریک شامل گامبل نوع اول^۱ (GUM)، مقادیر کرانه‌ای تعمیم یافته^۲ (GEV)، لجستیک لگاریتمی^۳ (LLG) و مدل‌های غیرپارامتری شامل مدل‌های کرنل مستطیلی^۴ (NKE)، تابع کوشی^۵ (NKC) و سری Fourier بود. نتایج نشان داد مدل غیرپارامتری Fourier با خطای بین ۰/۰۰۹ - ۰/۰۲۸ عملکرد قابل قبولی را در تخمین سیل سالانه ارائه کرد. این نتایج با یافته‌های مطالعه حاضر همخوانی دارد. در یک مطالعه، Hu et al. (2016) به‌منظور تعیین خواص حرارتی خاک و تخمین شار آب از روش جدید مبتنی بر سری فوریه و مدل موج سینوسی استفاده کردند. داده‌های جمع‌آوری شده مربوط به فلات جینگ‌های و زیزانگ چین در عمق‌های ۵ و ۱۰ سانتی‌متری بود. نتایج آن‌ها نشان داد مدل جدید که بر پایه سری Fourier بود، با میانگین خطای استاندارد ۰/۱۶ و خطای استاندارد نرمال شده ۰/۱۱ پیش‌بینی‌های بهتری را نسبت به مدل موج سینوسی انجام داده است. در پژوهش Jou and Mirhashemi, (2023) به‌منظور تحلیل فراوانی بارندگی شدید روزانه سالانه ۱۴ ایستگاه در منطقه خشک ایران، از دو روش کلی پارامتریک و غیرپارامتریک استفاده شد. روش‌های پارامتری شامل: توزیع نرمال، دو و سه پارامتری لاگ نرمال، گامای دو پارامتری، پیرسون نوع سوم، گامبل نوع یک، مقدار شدید تعمیم یافته و توزیع لجستیک و از روش‌های غیرپارامتری، روش Fourier بود. روش سری فوریه با میانگین انحراف نسبی (MRD) بین ۱/۴۰ و ۳/۹۰ و میانگین مربعات انحراف نسبی (MSRD) بین ۴/۵۰ و ۳۸/۳۱ از برازش بهتری نسبت به سایر مدل‌ها برخوردار بود. Wang et al. (2023) با توسعه مدلی که با سری Fourier واسنجی شده است سطح آب را با استفاده از داده‌های بارش و تبخیر-تعرق برای چند دوره تخمین زدند. به‌منظور انجام این پژوهش داده‌های حوضه

^۴ Rectangular Kernel

^۵ Cauchy function

^۱ Gumbel I

^۲ Generalized extreme value

^۳ log-logistic

برای ایجاد پیش‌بینی‌های قابل‌اعتماد تضعیف کند. از پژوهش‌های آینده می‌توان به بهبود چالش‌های موجود و اضافه کردن سایر پارامترهای هواشناسی مانند دما، رطوبت، و تبخیر اشاره کرد. همچنین، با ایجاد یک سیستم هشدار اولیه می‌توان از وقوع خطرات بحرانی تاحدی جلوگیری کرد.

سیاسگزاری

این پژوهش با حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه تبریز انجام شد. که بدین وسیله قدردانی می‌شود. ضمناً از داوران محترم که با صرف وقت و ارائه نکات علمی ارزشمند خود موجب بهبود کیفیت مقاله شدند، قدردانی می‌شود.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ‌گونه تضاد منافی در خصوص نگارش و انتشار مطالب و نتایج این پژوهش ندارند.

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها و نتایج استفاده شده در این پژوهش از طریق مکاتبه با نویسنده اول در اختیار قرار خواهد گرفت.

مشارکت نویسندگان

عرفان عبدی: تنظیم ویرایش اولیه متن، محاسبات، رسم شکل‌ها و تنظیم جداول، اجرای نرم‌افزارهای آماری، اصلاح متن نهایی؛ یعقوب دین‌پژوه: راهنمایی، سازماندهی مقاله، تحلیل و تفسیر نتایج، بحث، ویرایش متن نهایی.

منابع

- آذر، برهان (۱۳۹۵). سری فوریه در علوم مهندسی مهندسی. / ایده‌های نو در علم و فناوری، ۱(۳)، ۳۹-۵۲.
- جوان صمدی، سحر، ترابی آزاد، مسعود، و کرمی خانیکی، علی (۱۳۹۴). پیش‌بینی دمای سطح آب با استفاده از تحلیل فوریه در دریای خزر. Banihabib, M.E., Bandari, R., & Valipour, M. (2020). Improving daily peak flow forecasts using hybrid Fourier-series autoregressive integrated moving average and recurrent artificial neural network models. *Artificial Intelligence*, 1(2), 17. doi:10.3390/ai1020017
- Bouttier, F., & Marchal, H. (2024). Probabilistic short-range forecasts of high-precipitation events: optimal decision thresholds and predictability limits. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 24(8), 2793-2816. doi: 10.5194/nhess-24-2793-2024
- Cinkus, G., Mazzilli, N., Jourde, H., Wunsch, A., Liesch, T., Ravbar, N., Chen, Z. & Goldscheider,

مجله علوم و فنون دریایی، ۱۴(۴)، ۸۴-۹۷. doi: 10.22113/jmst.2016.12040

رهسپارمنفرد، رضا، کاردار، سعید، و شهروز تهرانی، ایرج (۱۳۹۹). بررسی اصول طراحی ساختمان‌های مسکونی در اقلیم معتدل و مرطوب با رویکرد تهویه طبیعی (نمونه موردی: تحلیل بازو شبیه‌سازی شده در بنای مسکونی در شهر آمل). علوم و تکنولوژی محیط زیست، ۲۲(۱۲)، ۱۴۶-۱۳۳.

صلاحی، برومند، و ملکی مرشت، رقیه (۱۳۹۴). پیش‌بینی و تحلیل تغییرات بارش‌های ماهانه شهرستان اردبیل با استفاده از مدل‌های آریماء، اتورگرسیو و وینترز. آب و خاک، ۲۹(۵)، ۱۴۵۰-۱۳۹۱. doi: 10.22067/jsw.v29i5.33792

غیور، حسنعلی، و عساکره، حسین (۱۳۸۴). کاربرد مدل‌های فوریه در تخمین دمای ماهانه و پیش‌بینی آینده آن، مطالعه موردی: دمای مشهد. پژوهش‌های جغرافیایی، ۷۷، ۸۳-۹۹.

فتحیان، فرشاد، فاخری‌فرد، احمد، دین‌پژوه، یعقوب، و موسوی ندوشنی، سیدسعید (۱۳۹۵الف). ارزیابی عملکرد مدل‌های سری زمانی خطی (ARMA) و غیرخطی آستانه‌ای (TAR) در مدل‌سازی جریان روزانه رودخانه (مطالعه موردی: رودخانه‌های حوضه بالادست سد زرینه رود). آب و خاک، ۳۰(۵)، ۱۴۴۰-۱۴۶۰.

فتحیان، فرشاد، فاخری‌فرد، احمد، دین‌پژوه، یعقوب، و موسوی ندوشنی، سیدسعید (۱۳۹۵ب). آزمایش ایستایی و غیرخطی بودن سری‌های زمانی جریان روزانه بر اساس آزمون‌های آماری مختلف (مطالعه موردی: رودخانه‌های حوضه بالادست سد زرینه رود). آب و خاک، ۳۰(۴)، ۱۰۰۹-۱۰۲۴. doi: 10.22067/jsw.v30i4.44103

قدوسی، میثم، مرید، سعید، و دلاور، مجید (۱۳۹۳). مقایسه روش‌های کاهش روند در سری‌های زمانی دما و بارش. هواشناسی کشاورزی، ۲(۱)، ۳۲-۴۵.

مزارعی بهبهانی، امین، و جعفرزاده، محمدرضا (۱۳۹۲). تحلیل جریان ناپایدار در کانال‌های باز با استفاده از سری فوریه. مجله هیدرولیک، ۱۸(۱)، ۶۳-۷۹. doi: 10.30482/jhyd.2022.344351.1605

میرزایی، سیدیحیی، چیت‌سازان، منوچهر، و چینی‌پرداز، رحیم (۱۳۸۴). استفاده از تحلیل سری زمانی در تعیین زمان تأخیر رواناب در حوضه جهان‌بین. آب و فاضلاب، ۱۵(۳)، ۵۳-۵۹.

References

- Arfken, G. (1985). *Fourier Series*. Ch. 14 in *Mathematical Methods for Physicists*, 3th. Orlando, FL: Academic Press, pp. 760-793.
- Azaram, B. (2016). *Fourier Series in engineering sciences*. *New Ideas in Science and Technology*, 1(3), 39-52. [In Persian]
- Asmat, A., Wahid, S. N. S., & Deni, S. M. (2021). Identifying rainfall patterns using Fourier series: A case of daily rainfall data in Sarawak, Malaysia. In *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. doi: 10.1088/1742-6596/1988/1/012086

- N. (2023). When best is the enemy of good—critical evaluation of performance criteria in hydrological models. *Hydrology and Earth System Sciences*, 27(13), 2397-2411. doi: 10.5194/hess-27-2397-2023
- Cardenas, C. E., Yang, J., Anderson, B. M., Court, L. E., & Brock, K.B. (2019). Advances in auto-segmentation. In *Seminars in Radiation Oncology*, 185-197. doi: 10.1016/j.semradonc.2019.02.001
- Dinpashoh, Y., Fakheri-Fard, A., Khalili, K., Darbandi, S. (2015). Comparing nonlinear time series models and genetic programming for daily river flow forecasting (Case study: Barandouz-Chai River). *Journal of Water and Soil Conservation*, 22(1), 151-169. doi: 10.1001.1.23222069.1394.22.1.8.0
- Dinpashoh, Y., & Shafaei, S. (2018). Analysis of drought characteristics of Tabriz (1951-2015). *Water and Soil Science*, 28(3), 117-130. [In Persian]
- Espeholt, L., Agrawal, S., Sønderby, C., Kumar, M., Heek, J., Bromberg, C., Gaze, C., Carver, R., Andrychowicz, M., Hickey, J., & Bell, A. (2022). Deep learning for twelve-hour precipitation forecasts. *Nature Communications*, 13(1), 1-10. doi: 10.1038/s41467-022-32483-x
- Fathian, F., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y., & Mousavi Nadoushani, S.S. (2016a). Performance evaluation of linear (ARMA) and threshold nonlinear (TAR) time series models in daily river flow modeling (Case study: upstream basin rivers of Zarrineh Roud dam). *Water and Soil*, 30(5), 1440-1460. doi: 10.22067/jsw.v0i0.48161 [In Persian]
- Fathian, F., Fakheri Fard, A., Dinpashoh, Y. & Mousavi Nadoshani, S.S. (2016b). Testing for Stationarity and Nonlinearity of Daily Streamflow Time Series Based on Different Statistical Tests (Case Study: Upstream Basin Rivers of Zarrineh Roud Dam). *Water and Soil*, 30(4), 1009-1024. doi: 10.22067/jsw.v30i4.44103 [In Persian]
- Fathian, F., Fakheri Fard, A., Ouarda, T.B.M.J., Dinpashoh, Y., & Mousavi Nadoushani, S. (2019a) Modeling streamflow time series using nonlinear SETAR-GARCH models. *Journal of Hydrology*, 573, 82-97. doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.03.072
- Fathian, F., Fakheri-Fard, A., Ouarda, T.B.M.J., Dinpashoh, Y., & Mousavi Nadoushani, S. (2019b). Multiple streamflow time series modeling using VAR-MGARCH approach. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 33, 407-425. doi: 10.1007/s00477-019-01651-9
- Foufoula-Georgiou, E., Guilleateau, C., Nguyen, P., Aghakouchak, A., Hsu, K. L., Busalacchi, A., Turk, F.J., Peters-Lidard, K., Oki, T., Duan, Q., Krajewski, w., Uijlenhoet, R., Barros, A., Kristetter, P., Logan, W., Hogue, T., Gupta, H., & Levizzani, V. (2020). Advancing precipitation estimation, prediction, and impact studies. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 101(9), E1584. doi: 10.1175/bams-d-20-0014.1
- Ghazi, B., & Jeihouni, E. (2022). Projection of temperature and precipitation under climate change in Tabriz, Iran. *Arabian Journal of Geosciences*, 15(7), 621. doi: 10.1007/s12517-022-09848-z
- García-Feal, O., González-Cao, J., Fernández-Nóvoa, D., Astray Dopazo, G., & Gómez-Gesteira, M. (2022). Comparison of machine learning techniques for reservoir outflow forecasting. *Natural Hazards and Earth System Sciences Discussions*, 22, 1-27. doi: 10.5194/nhess-22-3859-2022
- Ghayur, H., & Asakere, H. (2005). Application of Fourier models in estimating monthly temperature and its future forecasting, Case study: Mashhad temperature. *Geographical Research*, 77, 83-99. [In Persian]
- Ghodousi, M., Murid, S., & Delavar, M. (2014). Comparison of detrending methods in temperature and precipitation time series. *Agricultural Meteorology*, 1(2), 32-45. [In Persian]
- Hasanpour Kashani, M., & Dinpashoh, Y. (2012). Evaluation of the efficiency of different estimation methods for missing climatological data. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 26, 59-71. doi: 10.1007/s00477-011-0536-y
- Hodson, T.O. (2022). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE): When to use them or not. *Geoscientific Model Development Discussions*, 2022, 1-10. doi: 10.5194/gmd-15-5481-2022
- Hu, G., Zhao, L., Wu, X., Li, R., Wu, T., Xie, C., Qiao, Y., Shi, J., Li, W., & Cheng, G. (2016). New Fourier-series-based analytical solution to the conduction-convection equation to calculate soil temperature, determine soil thermal properties, or estimate water flux. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 95, 815-823. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.11.078
- Javan Samadi, S., Torabi Azad, M., & Karami Khaniki, A. (2015). Forecasting water surface temperature using Fourier analysis in the Caspian Sea. *Journal of Marine Science and Technology*, 14(4), 84-97. doi: 10.22113/jmst.2016.12040 [In Persian]
- Jou, P.H., & Mirhashemi, S.H. (2023). Frequency analysis of extreme daily rainfall over an arid zone of Iran using the Fourier series method. *Applied Water Science*, 13(1), 16. doi: 10.1007/s13201-022-01823-z
- Kaur, J., Parmar, K.S., & Singh, S. (2023). Autoregressive models in environmental forecasting time series: a theoretical and

- application review. *Environmental Science and Pollution Research*, 30(8), 19617-19641. doi: 10.1007/s11356-023-25148-9
- Li, L. (1996). Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *Journal of the Optical Society of America A*, 13(9), 1870-1876. doi: 10.1364/JOSAA.13.001870
- Liang, L., Zhao, L., Gong, Y., Tian, F., & Wang, Z. (2012). Probability distribution of summer daily precipitation in the Huaihe basin of China based on Gamma distribution. *Acta Meteorologica Sinica*, 26(1), 72-84. doi: 10.1016/j.atmosres.2020.105221
- Lima, A.O., Lyra, G.B., Abreu, M.C., Oliveira-Júnior, J.F., Zeri, M., & Cunha-Zeri, G. (2021). Extreme rainfall events over Rio de Janeiro State, Brazil: Characterization using probability distribution functions and clustering analysis. *Atmospheric Research*, 247, 105221. doi: 10.1016/j.atmosres.2020.105221
- Mah Hashim, N., Mohd Deni, S., Shariff, S.S.R., Tahir, W., & Jani, J. (2016). Identification of seasonal rainfall peaks at Kelantan using Fourier Series. In *ISFRAM 2015: Proceedings of the International Symposium on Flood Research and Management 2015*, p 169-179. Springer Singapore. doi: 10.1007/978-981-10-0500-8_14
- Mazarei Behbahani, A., & Jafarzadeh, M. (2023). Analysis of unsteady flow in open channels using Fourier series. *Journal of Hydraulics*, 18(1), 63-79. doi: 10.30482/jhyd.2022.344351.1605 [In Persian]
- McCuen, R.H., Knight, Z., & Cutter, A.G. (2006). Evaluation of the Nash–Sutcliffe efficiency index. *Journal of Hydrologic Engineering*, 11(6), 597-602. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:6(597)
- Mirzaei, S., Chitsazan, M., & Chinipardaz, R. (2004). Using time series analysis to determine runoff delay time in Jahanbin Basin. *Journal of Water and Wastewater*, 15(3), 53-59. [In Persian]
- Parviz, L., & Ghorbanpour, M. (2024). Assimilation of PSO and SVR into an improved ARIMA model for monthly precipitation forecasting. *Scientific Reports*, 14(1), 12107. doi: 10.1038/s41598-024-63046-3
- Pollock, D. S. G., Green, R. C., & Nguyen, T. (Eds.). (1999). *Handbook of Time Series Analysis, Signal Processing, and Dynamics*. Elsevier.
- Rahsparmanfard, R. Kardar, S., & Shahroz Tehrani, I. (2019). Studying the principles of designing residential buildings in temperate and humid climates with a natural ventilation approach (Case study: Simulated opening analysis in a residential building in Amol city). *Environmental Science and Technology*, 22(12), 133-146. [In Persian]
- Ratner, B. (2009). The correlation coefficient: Its values range between + 1/- 1, or do they? *Journal of Targeting, Measurement, and Analysis for Marketing*, 17(2), 139-142. doi: 10.1057/jt.2009.5
- Salahi, B., & Maleki Marsht, R. (2015). Forecasting and analyzing monthly precipitation changes in Ardabil city using ARIMA, autoregressive and Winters models. *Water and Soil*, 29(5), 2012-2013. doi: 10.22067/jsw.v29i5.33792 [In Persian]
- Salas, J. D., Tabios III, G. Q., & Bartolini, P. (1985). Approaches to multivariate modeling of water resources time series 1. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 21(4), 683-708. doi: 10.1111/j.1752-1688.1985.tb05383.x
- Singh, P., Joshi, S.D., Patney, R.K., & Saha, K. (2017). The Fourier decomposition method for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 473(2199), 20160871. doi: 10.1098/rspa.2016.0871
- Soleymanpour, R., Parsaee, N., & Banaei, M. (2015). Climate comfort comparison of vernacular and contemporary houses of Iran. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 201, 49-61. doi: 10.1016/j.sbspro.2015.08.18
- Wang, K., Li, J., Wang, W., Zhang, Z., Wang, X., Wang, Q., Yeh, T.C.J. and Hao, Y. (2023). Calibrating a model of depth to water table using Fourier series and Simpson numerical integration. *Journal of Hydrology*, 620, 129516. doi: 10.1016/j.jhydrol.2023.129516
- Wang, Q., & Yuan, H. (2017). Failure rate prediction based on AR model and residual correction. In 2017 Second International Conference on Reliability Systems Engineering (ICRSE), p1-5. IEEE. doi: 10.1109/ICRSE.2017.8030786
- Wirsing, K. (2020). Time frequency analysis of wavelet and Fourier transform. *Wavelet Theory*, 3-20.
- Wolfram Language (2008). WeatherData. Wolfram Language & System Documentation Center. Retrieved from <https://reference.wolfram.com/language/ref/WeatherData.html>
- Wu, K., & Woo, M. K. (1989). Estimating annual flood probabilities using Fourier series method. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 25(4), 743-750. doi: 10.1111/j.1752-1688.1989.tb05388.x
- Yan, C.W., Foo, S.Q., Trinh, V.H., Yeung, D.Y., Wong, K.H., & Wong, W.K. (2024). Fourier Amplitude and Correlation Loss: Beyond Using L2 Loss for Skillful Precipitation Nowcasting. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 37, 100007-100041. doi:10.48550/arXiv.2410.23159
- Zhang, Y., Shi, D., He, D., & Shao, D. (2021). Free Vibration Analysis of Laminated Composite Double-Plate Structure System with Elastic Constraints Based on Improved Fourier Series Method. *Shock and Vibration*, 2021(1), 8811747. doi: 10.1155/2021/8811747